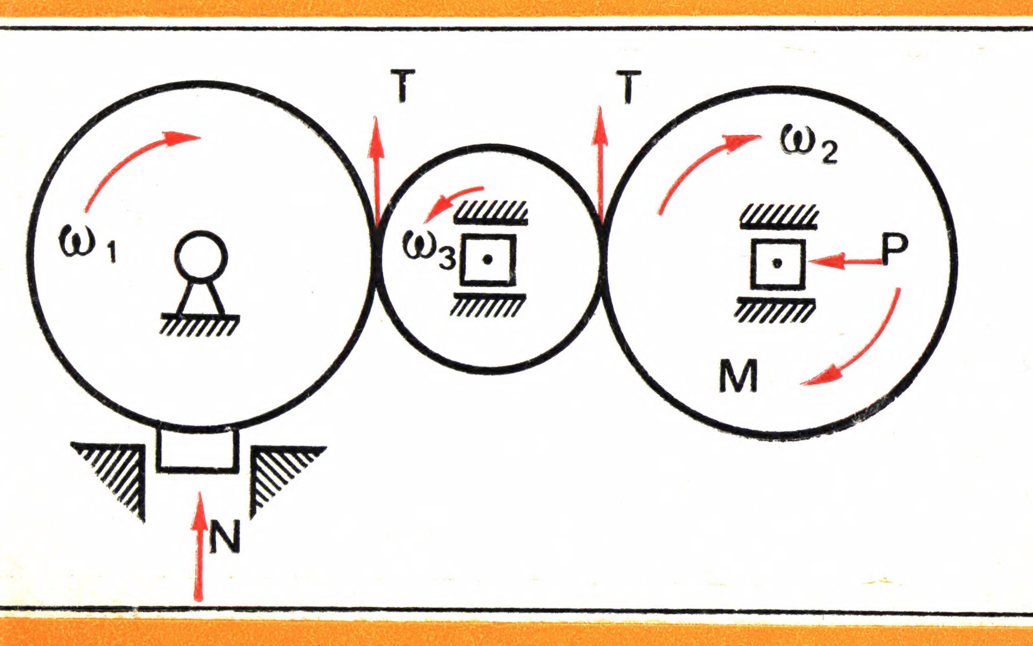
А. В. Орлов, О. Н. Черменский, В. М. Нестеров

ИСПЫТАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА КОНТАКТНУЮ УСТАЛОСТЬ



А. В. Орлов, О. Н. Черменский, В. М. Нестеров

ИСПЫТАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА КОНТАКТНУЮ УСТАЛОСТЬ



Москва «МАШИНОСТРОЕНИЕ» 1980

ББК 34.2.
О-66
УДК 620.178.3:621.001.4

Орлов А. В., Черменский О. Н., Нестеров В. М.
О-66 Испытания конструкционных материалов на контактную усталость. — М.: Машиностроение, 1980. — 110 с.
35 к.

Книга содержит справочные сведения по испытаниям образцов материалов на контактную усталость. Эти сведения включают методические указания по выбору формы образцов, оборудования, схемы нагружения, режимов испытания, расчету контактных напряжений, обработке результатов испытаний и др. Приведены также данные о последних достижениях науки и техники по рассмотренным вопросам.

Книга предназначена для инженеров-специалистов по испытаниям на контактную усталость, а также работающих в направлении повышения контактной выносливости различных деталей машин.

О $\frac{31106\text{-}307}{038(01)\text{-}80}$ 307-80. 2702000000

ББК 34.2
6П3.4

ВВЕДЕНИЕ

Контактная усталость — это процесс накопления повреждений и развития разрушения поверхностных слоев материала под действием переменных контактных напряжений, вызывающих образование ямок выкрашивания (питтинг) или трещин. Такие усталостные разрушения поверхностных слоев металла являются характерной причиной выхода из строя подшипников качения, зубчатых колес и ряда других деталей машин, работающих в условиях циклически повторяющихся контактных нагрузок.

Развитие машиностроения сопровождается поиском новых материалов, позволяющих повысить надежность и долговечность деталей при повышенном уровне контактных напряжений. Решение о применении нового материала обычно принимают после испытаний на контактную усталость. В процессе испытаний на контактную усталость образцов или натурных деталей определяют их контактную выносливость, т. е. способность противостоять контактной усталости. Количественной оценкой контактной выносливости является ресурс, который выражается в числах циклов нагружения или часах работы до усталостного выкрашивания.

Контактно-усталостный ресурс зависит от многих факторов, например, формы и размеров испытуемых образцов или деталей, характера приложения нагрузки и ее величины, наличия или отсутствия смазки, ее вязкости, температуры окружающей среды и пр. Поэтому испытания проводят на стендах в условиях, по возможности приближенных к эксплуатационным. Это же обстоятельство должно быть учтено при сравнении результатов, полученных различными исследователями.

Получению сопоставимых результатов в значительной мере способствует издание нормативной документации. При участии авторов данной книги были разработаны межотраслевые методические указания «Надежность в технике. Методы испытаний на контактную усталость» [22], которые легли в основу разработанного в 1977 г. межотраслевого стандарта «Расчеты и испытания на

прочность в машиностроении. Методы испытаний на контактную усталость» [10].

Цель настоящей книги — пояснить основные положения стандарта и дать справочный материал, способствующий правильной организации испытаний и обработке полученных данных.

Гл. 2 и 3 написаны А. В. Орловым, гл. 1; 4—6 — О. Н. Черменским и В. М. Нестеровым совместно, п. 4.2 написан Л. В. Пущиным.

Глава 1

КОНТАКТНАЯ УСТАЛОСТЬ

1. Природа усталостного разрушения в условиях контактного нагружения

По современным представлениям усталостное разрушение в условиях контактного нагружения происходит следующим образом. В макрообъеме, примыкающем к контактной поверхности, материал деформируется упруго. Однако в некоторых микрообъемах в зоне действия концентраторов напряжений появляются пластические деформации. После некоторого числа циклов нагружения деформационное упрочнение достигает насыщения, в результате чего образуется микротрещина. Ее развитие приводит к усталостному разрушению.

Концентраторы напряжений, являющиеся источниками развития усталостных микротрещин, встречаются двух видов: поверхностные и подповерхностные. К первым относятся такие дефекты, как царапины, шлифовальные риски, вмятины, образовавшиеся от попадания на контактную поверхность выкрошившихся частиц, обычно вносимых смазкой, и др. [21]. В результате нарушения режимов шлифования и охлаждения на поверхности закаленных стальных деталей могут образоваться так называемые «ожоги» — участки с изменившейся микроструктурой. Этот поверхностный дефект часто приводит к резкому снижению контактной выносливости.

К подповерхностным концентраторам напряжений, вызывающим образование первичных микротрещин, относятся неметаллические включения, карбиды, микропоры, раковины, неоднородности микроструктуры. Детали, работающие при больших контактных нагрузках, обычно изготовляют с повышенными требованиями к качеству, чтобы влияние перечисленных факторов на контактную усталость было сведено к минимуму. Если такие детали изготовляют из закаленной среднелегированной стали открытой выплавки, то наиболее часто усталостные трещины вызывают крупные неметаллические включения. Иллюстрации таких микротрещин по границам неметаллических включений подшипниковой стали ШХ15 приведены, например, в работе П. Тарди и Я. Сикловари [36]. У высоколегированных сталей основными источниками микротрещин, помимо неметаллических включений, могут служить крупные карбиды. В этом случае зарождение трещин наблюдается по их границам.

Механизм усталостного разрушения зависит от конкретных условий: схемы нагружения, состояния рабочей поверхности

контактируемых деталей, металлургической чистоты материала, наличия или отсутствия смазки и т. п. В случае пульсирующего контакта первичные усталостные трещины появляются на поверхности образца на границе пятна контакта или вблизи ее [26]. Распространяются трещины в глубь материала от центра к периферии (рис. 1).

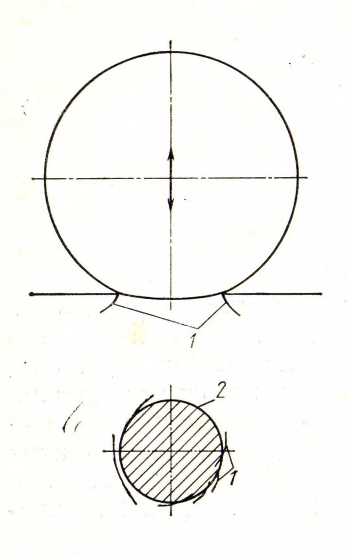


Рис. 1. Схема развития усталостных трещин при пульсирующем контакте:

1 — усталостные трещины; *2* — пятно контакта

При качении под нагрузкой в зависимости от расположения наиболее сильно влияющих в конкретных условиях концентраторов напряжений и свойств материала первичная трещина может возникнуть на поверхности детали или под ней. В первом случае разрушение носит поверхностный характер. Первая трещина приводит к отшелушиванию частицы металла. Образовавшаяся таким образом ямка, являясь новым концентратором напряжений, вызывает зарождение близ нее новых микротрещин, которые приводят к новым отшелушиваниям частиц металла и увеличению площади выкрошившегося участка. Глубина таких выкрашиваний для деталей средних габаритов составляет обычно от нескольких микрометров до десятых долей миллиметра.

Во втором случае усталостная трещина развивается от подповерхностного дефекта. При этом она может соединяться с соседними микротрещинами. Путь, а также скорость ее развития зависят от ориентировки встречающихся вблизи микротрещин, а также от механических свойств соседних участков металла. Одновременно в детали может развиваться несколько усталостных трещин. Через некоторое число циклов нагружения та трещина, которая оказалась в условиях, наиболее способствующих ее росту, достигает поверхности детали (рис. 2,*а*). Затем происходит выкрашивание металла, как показано на рис. 2,*б* (с одновременным распространением трещины параллельно поверхности детали) или как изображено на рис. 2,*в*. Дальнейшее обкатывание детали под нагрузкой приводит к развитию усталостного выкрашивания (рис. 2,*г*). Многообразие возможных ситуаций по распределению участков с различными механическими свойствами в поверхностном слое и условий контактного нагружения может приводить к различным видам траекторий распространения усталостных трещин, отличающихся от показанных на рис. 2. Глубина усталостного выкрашивания от подповерхностных

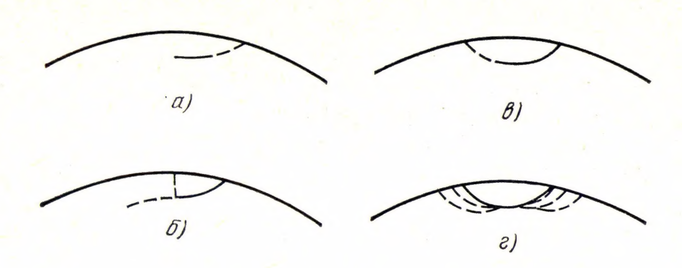


Рис. 2. Схема развития усталостных трещин и ямок выкрашивания при качении (штриховой линией показан возможный путь разрушающей трещины).

концентраторов напряжений в несколько раз больше, чем от поверхностных дефектов [21].

2. Изменения в рабочем слое при циклическом нагружении

Одними из проявлений развития процесса усталости при циклическом нагружении являются локальные изменения микроструктуры и твердости в напряженной области. Имеется ряд работ, описывающий эти изменения в закаленных подшипниковых сталях при качении, например [20, 47, 48]. При металлографических исследованиях на шлифах металла обнаруживают под поверхностью дорожки качения два вида структурных изменений: белые нетравящиеся образования и темные области. Первые из них имеют две разновидности: примыкающие к неметаллическим включениям так называемые «бабочки», напоминающие по форме крылья и образования в виде лепестков, которые в сечении на шлифах выглядят как полосы, называемые полосами деформации. По краям полос деформации обнаруживают большие по размерам чичевицеобразные карбиды. На краях «бабочек» и по границам чичевицеобразных карбидов вдоль полос деформации нередко наблюдают усталостные микротрещины. В осевых сечениях, перпендикулярных направлению качения, полосы параллельны рабочей поверхности колец подшипников.

В плоскости сечения по окружности полосы скольжения образуют некоторый угол с поверхностью, поднимаясь к ней в направлении движения шарика под острым углом. По данным работы [20], этот угол для кольца шарикового радиального подшипника составляет 22—24°, а для кольца роликового подшипника — 30°. Длина полос деформации в стали ШХ15 в соответствие с работой [48] в большинстве случаев не превышает 15 мкм, размеры «бабочек» достигают нескольких десятков микрометров. Темные области (или темно-травящиеся линии) также располагаются под рабочей поверхностью. Их длина в осевом сечении колец подшипников близка к ширине дорожки качения.

Природа белых нетравящихся и темных областей еще недостаточно изучена. Предполагают, что белые области представляют собой деформированный мартенсит, а темные — отпущенный мартенсит. Имеются и другие предположения. Микротвердость белых областей выше, чем у матрицы, а темных — ниже. Средняя твердость на дорожке при качении уменьшается [47], в то время как под поверхностью в остальном рабочем слое [1] она увеличивается [48].

3. Понятие о предельной контактной нагрузке

В процессе эксплуатации деталей и испытаний образцов при высоких циклических нагрузках их рабочие поверхности претерпевают изменения формы. Одной из главных причин этого являются пластические деформации, величина которых находится в прямой зависимости от контактных напряжений [23]. У деталей из закаленных подшипниковых сталей необратимые формоизменения из-за пластических деформаций наблюдают при максимальных нормальных контактных напряжениях $\sigma_{z\,max} \approx \approx 3000$ МПа. Образцы из этих сталей с целью сокращения времени испытывают на форсированных режимах при расчетных значениях $\sigma_{z\,max} = 4000 \div 6000$ МПа, а иногда и при более высоких напряжениях. Возникает вопрос: до какого предела можно увеличивать при испытаниях нагрузку на образец, не изменяя качественно характера протекания усталостных процессов. Эту нагрузку будем называть предельной.

Близкая задача применительно к статическому нагружению рассмотрена в работе [41]. На рис. 3 показаны результаты экспериментов по вдавливанию боковой поверхностью цилиндра в плоские образцы из закаленной стали ШХ15. Линия ABC является экспериментальной зависимостью ширины $2b$ пластического отпечатка от усилия P. При нагрузках меньше P_A, остаточные деформации не обнаруживались. В диапазоне $P_A \leqslant P \leqslant P_B$ ширина пластических отпечатков совпадала с теоретической герцевской зависимостью *1* для упругого состояния. При $P > P_B$ экспериментальная зависимость (участок BC) отклонялась от герцевской. Такой характер экспериментальной зависимости объясняется следующим. В результате нагружения плоского образца цилиндром-индентором силой $P_A \leqslant P < P_B$ под контактной поверхностью возникают пластические деформации, но они малы и не выходят на свободную поверхность. Дальнейшее увеличение нагрузки до $P \geqslant P_B$ вызывает распространение пластических деформаций до свободной поверхности и зависимость $2b$ от P становится такой же, как и для жест-

---

[1] Под рабочим слоем мы будем понимать область материала, который при циклическом нагружении претерпевает какие-либо изменения.

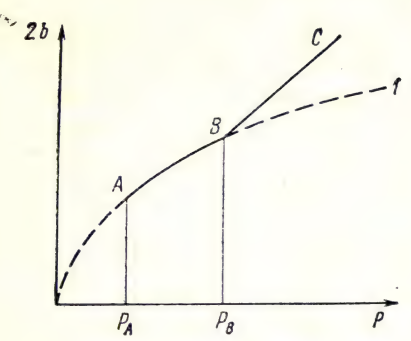


Рис. 3. Зависимость ширины $2b$ пластического отпечатка от нагрузки P при вдавливании цилиндра в плоский образец из закаленной стали ШХ15 (штриховой линией показана теоретическая герцевская зависимость, а сплошной — экспериментальная)

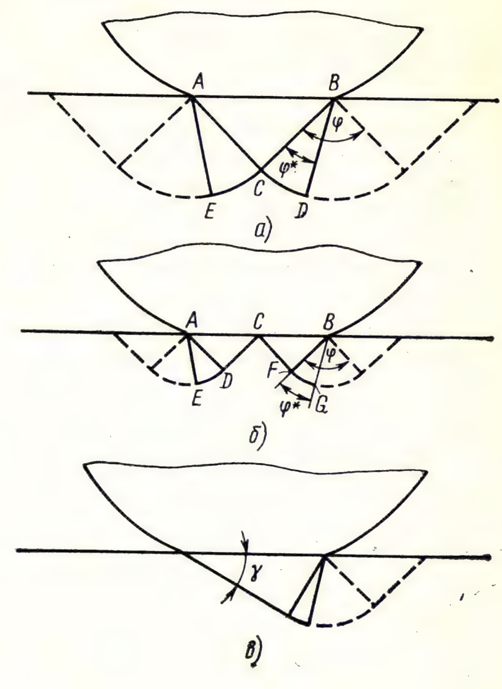


Рис. 4. Приближенные решения для вдавливания цилиндра и шара в плоскую деталь при нагрузке меньше предельной:

а, б — вдавливание цилиндра и шара соответственно при отсутствии контактного трения; *в* — вдавливание цилиндра при наличии контактного трения

копластических упрочняющихся тел. Такого же вида экспериментальная зависимость получена и при вдавливании шара в плоский образец.

В работе [42] предложены приближенные решения на основе модели идеального жесткопластического тела, объясняющие характер рассмотренной экспериментальной зависимости. Эти решения для вдавливания цилиндра и шара в плоскую деталь приведены на рис. 4, *а, б*. Сплошными линиями под контактной поверхностью показаны области, где материал находится в пластическом состоянии (для рис. 4, *а* область *AECDB*, а для рис. 4, *б* — *AEDCFGB*), а штриховыми — распространение решения в жесткую область. Возрастание нагрузки сопровождается увеличением угла φ^*. В момент, когда угол φ^* становится равным углу φ, пластическая область скачкообразно распространяется (по штриховым линиям) до свободной поверхности. Применяя эти решения для реального материала, будем иметь для участка *AB* (см. рис. 3) $\varphi^*<\varphi$. В этом случае локальные пластические области под контактной поверхностью находятся внутри упруго деформированного материала. Для участка *BC* $\varphi^*=\varphi$, т. е. пластические сдвиги выходят на свободную поверхность.

Экспериментальные данные и результаты теоретического анализа на основе приближенных решений позволяют заключить, что нагрузка, соответствующая точке перегиба экспериментальной кривой, является предельной ($P_B = P_п$) в том смысле, что именно при этой (минимальной) нагрузке реализуется теоретическое поле линий скольжения с выходом пластических сдвигов на свободную поверхность.

Эти решения, как приближенные, могут быть применены и для качения без трения. Тогда при нагрузке меньше предельной ($P < P_п$) в локальной пластической области реального материала возможны только микросдвиги, так как эта область ограничена материалом, находящимся в упругом состоянии. Но при $P > P_п$ процесс качественно меняется. В этом случае сдвиги выходят на свободную поверхность и реализуются большие пластические деформации.

При наличии контактного трения решение имеет вид, показанный на рис. 4,*в*. Если контактное трение незначительно, то $\gamma \approx \frac{\pi}{4}$. Увеличение трения приводит к уменьшению угла γ.

Предельные нагрузки обычно существенно превышают эксплуатационные и нагрузки, при которых испытывают образцы. Например, для образцов из стали ШХ15, термообработанной на *HRC* 62—64, предельное напряжение по Герцу [1], соответствующее предельной нагрузке, составляет $\sigma_{z\,max} \approx 9500$ МПа, а испытания проводят при 5000—6000 МПа.

Формулы для определения предельной нагрузки в простейших случаях — вдавливание цилиндра и шара в плоскую деталь — даны в работе [41]. По аналогии они могут быть выведены и для деталей с другими поверхностями.

4. Глубина рабочего слоя

Оценке глубины рабочего слоя, в котором протекают усталостные процессы, посвящено много исследований. Знание свойств и глубины рабочего слоя позволяет расширить представление о природе происходящих усталостных процессов и дает возможность правильно назначать режимы поверхностного упрочнения деталей и образцов металла химико-термической или механической обработкой.

До настоящего времени нет достаточной ясности о глубине зарождения и развития усталостных трещин от подповерхностных дефектов. При обсуждении этого вопроса большинство ученых привлекает герцевское решение для идеально упругого тела. При этом полагают, что поскольку трещины вызываются

[1] Расчет по Герцу в данном случае условен, так как распределение контактных напряжений при наличии пластических деформаций будет иным, чем для идеально упругого тела.

пластическими сдвигами, то появление трещин следует ожидать в зоне действия максимальных касательных напряжений. Так, например, Г. Лундберг и А. Пальмгрен [46], ссылаясь на экспериментальные подтверждения, считают, что усталостные трещины в деталях подшипников зарождаются на глубине действия герцевских максимальных касательных напряжений. В созданной ими методике расчета долговечности подшипников «иницированный» слой металла, где могут появиться усталостные трещины, определен от рабочей поверхности до глубины действия герцевских максимальных касательных напряжений.

П. Тарди и Я. Сикловари сообщают [36], что все микротрещины в подшипниках из стали ШХ15 брали начало от неметаллических включений в зоне действия герцевских максимальных касательных напряжений. Н. Н. Качанов, также опираясь на экспериментальный материал, полагает [15], что усталостные трещины могут зарождаться не только на глубине действия максимальных касательных напряжений, но и несколько выше и ниже ее. Эти соображения Н. Н. Качанов основывает на том, что появление пластических сдвигов, приводящих к усталостным трещинам, зависит не только от теоретического уровня касательных напряжений, но и от силы воздействия концентраторов напряжений, основными из которых являются неметаллические включения.

В работе [20] приведены данные о распределении белых нетравящихся полос по глубине от рабочей поверхности шарикоподшипника 309. Показано, что максимальная концентрация полос и среднее значение глубины выкрошившихся участков близко совпадают с глубиной расчетного максимального (постоянно направленного) напряжения сдвига. Нижняя граница расположения белых нетравящихся полос находилась в 2,5 раза глубже максимума их концентрации. Измерения глубины выкрошенных участков показали, что выкрашивание всегда проникает в те области, где образуются белые нетравящиеся полосы. Верхняя граница этих полос находилась на расстоянии 0,6 глубины расположения максимума их концентрации.

В работе [48] приведены данные о глубине измененного слоя в образцах из закаленной стали ШХ15. Максимальное нормальное контактное напряжение при испытаниях составляло 5000 МПа. Контактная площадка была близка к круговой с радиусом $a = 0{,}875$ мм. Образцы диаметром 53 мм обкатывали без проскальзывания. После 6,45 млн. циклов нагружения образцы подвергали исследованиям. Белые нетравящиеся области распределились на глубине от 0,0 до 1,5 мм ($1{,}31a$) с максимумом концентрации на глубине 0,15 мм ($0{,}66\,a$) (герцевские максимальные касательные напряжения располагаются на глубине $0{,}47\,a$). Границы глубины темно-травящейся области находились приблизительно от 0,15 до 0,7 мм. Границы слоя с измененной

твердостью практически совпадали с границами расположения белых нетравящихся областей. Однако максимум твердости был на глубине 0,5—0,6 мм, т. е. приблизительно в зоне действия герцевских максимальных касательных напряжений.

Использование герцевского решения для определения глубины расположения пластически деформированных участков и инициированных ими усталостных трещин можно рассматривать только как первое приближение. Теоретически применение модели идеально упругого тела предполагает полное отсутствие пластических сдвигов в рассматриваемой области. Для этих же целей, также в качестве первого приближения, может быть использована модель идеального жесткопластического тела. В соответствии с рис. 4 при отсутствии контактного трения глубина области возможных пластических сдвигов для линейного контакта $h_{max} = \sqrt{2}\, b$ (где b — половина ширины контактной площадки), а для точечного кругового — $h_{max} = \sqrt{2}\, a/2$ (здесь a — радиус пятна контакта). При наличии контактного трения в качестве верхнеоценочного значения для любой формы пятна контакта можно принять $h_{max} = \sqrt{2}\, b$.

Было предположено, что зарождение и распространение усталостных трещин происходит в пределах указанных глубин областей пластических сдвигов. Результаты измерений лунок усталостных выкрашиваний у деталей из различных материалов (стали 70Г, 55СМА, 18ХГТ, 20Х2Н4А, ШХ15, а также латунь и бронза) с широким диапазоном твердостей (HV 130—830) показали, что в 99% случаев глубины лунок находятся в пределах теоретических глубин областей пластических сдвигов [42]. Выход 1% объектов измерений за эти пределы относится к случаям проявления краевого эффекта при качении цилиндрических роликов по кольцам подшипников. Напряжения на краях роликов, как известно, существенно превосходят средние расчетные значения, по которым вычисляли глубины области пластических сдвигов. Размеры ямок выкрашивания наблюдали в широком диапазоне как по ширине и длине, так и по глубине. Например, наряду с глубиной $h = 1{,}4\, b$ около 10% ямок имели $h \leqslant 0{,}2$.

По рассмотренным результатам работ можно сделать следующие замечания. По мнению большинства авторов работ, подповерхностная усталостная трещина зарождается в зоне действия герцевских максимальных касательных напряжений. Однако никем из них не указаны границы этой зоны. Таким образом здесь имеет место неопределенность. Далее, отсутствуют убедительные экспериментальные данные по следующему вопросу: являются ли глубины выкрашивания $h_{max} = \sqrt{2}\, b$ результатом проникновения трещин из зоны герцевских максимальных касательных напряжений или же усталостные трещины и зародились на этой глубине. Нижние границы слоев изменен-

ной твердости, расположения белых нетравящихся областей и максимальной глубины усталостного выкрашивания практически совпадают и могут быть вычислены как $h_{max} = \sqrt{2}\, b$. Последнее обстоятельство необходимо учитывать при изготовлении образцов для испытаний на контактную усталость из сталей, подвергаемых поверхностному упрочнению, например, цементации или поверхностной закалке. Глубина поверхностного упрочнения в этом случае должна превышать величину $h = \sqrt{2}\, b$.

5. Факторы, влияющие на контактную выносливость

На контактно-усталостную прочность материала оказывают влияние многочисленные факторы. Природа влияния многих из них, особенно во взаимодействии, изучена совершенно недостаточно. Ниже рассмотрим некоторые из факторов, предполагающиеся основными.

Механические свойства материала. Появлению микротрещин, приводящих к усталостному разрушению, предшествуют локальные пластические деформации. В соответствии с критерием Мизеса для появления пластической деформации необходимо, чтобы интенсивность напряжений $\sigma_i = \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$ (здесь σ_1, σ_2, σ_3 — главные напряжения) достигла определенной величины — физического предела текучести $\sigma_т$. Для материалов, не имеющих физического предела текучести, этой величиной ориентировочно может быть условный предел упругости $\sigma_{0,05}$ или условный предел текучести $\sigma_{0,2}$. По-видимому, при прочих равных условиях увеличение значений $\sigma_{0,05}$ и $\sigma_{0,2}$ приводит к уменьшению вероятности появления локальных пластических деформаций и, следовательно, к повышению контактной выносливости или, по крайней мере, к увеличению числа циклов нагружения до появления усталостных микротрещин. Вместе с тем увеличение пределов упругости и текучести может приводить к снижению вязкости материала и, значит, к сокращению числа циклов нагружения, необходимого для развития усталостной трещины от момента ее появления до выкрашивания.

Другой механической характеристикой материала, влияющей на контактную выносливость, является твердость. Это влияние отчасти объясняется тем, что твердость обычно коррелирует с пределами упругости и текучести. Данные работы [32] для закаленной подшипниковой стали ШХ15СГ, показывают прямую зависимость контактной выносливости от твердости, по крайней мере, до *HRC* 61,5. В диапазоне *HRC* 61,5—64 в ряде испытаний наблюдался максимум контактной выносливости.

Остаточные напряжения в поверхностном слое. В результате термической или механической обработок в поверхностном

слое могут появиться остаточные напряжения. В частности, они могут образоваться в микрообъемах, примыкающих к границам неметаллических включений. Вследствие термообработок вокруг включений образуются поля напряжений [5, 36]. Знак и максимальная (по модулю) величина напряжений зависят от различия коэффициентов термического расширения. Величина напряжений зависит также от абсолютных размеров включения. Чем больше отношение размера включения к глубине h этой области, тем больше степень его воздействия на протекание усталостного процесса (см. рис. 4).

Масштабный фактор. Имеются следующие экспериментальные данные о влиянии масштабного фактора на контактную усталость. Если два образца из одинакового материала и обкатывающие их контртела, а также контактные площадки геометрически подобны, а максимальные контактные напряжения равны, то бóльшая долговечность наблюдается у образца с бóльшими размерами. Это обстоятельство можно объяснить, используя модель области возможных пластических сдвигов (см. рис. 4). Чем шире контактная площадка в направлении качения, тем глубже область возможных пластических сдвигов и тем меньше отношение размеров одного и того же неметаллического включения к глубине h и, следовательно, меньше сила его воздействия на протекание усталостного процесса. Другой возможной причиной влияния масштабного фактора является различие в градиентах напряжений у геометрически подобных тел.

Размеры контактной площадки. Увеличение ширины дорожки качения при неизменном максимальном контактном напряжении приводит к возрастанию объема металла, в котором развиваются усталостные процессы. В свою очередь, увеличение этого объема повышает вероятность попадания в него неметаллических включений и других дефектов с размерами, близкими к максимальным, встречающимся в остальном металле. Поэтому размеры контактной площадки оказывают влияние как на среднее значение ресурса образцов в партии, так и на рассеяние результатов испытаний.

Вязкость смазки, шероховатость поверхности контактируемых тел, окружные скорости. Эти факторы рассматривают во взаимодействии. Если вязкость смазки и окружные скорости таковы, что толщина гидродинамического упругого слоя в несколько раз превышают высоты микронеровностей контактирующих тел, то у образцов из нерафинированных металлов преимущественным являются выкрашивания из-за подповерхностных дефектов. Если же толщина гидродинамического упругого слоя смазки не превышает высоту микронеровностей, то преобладающими могут стать поверхностные выкрашивания, по крайней мере, доля их в общем числе выкрашиваний возрастает.

Из сказанного следует сделать вывод: если испытания предпринимают с целью определения качества металла, то образцы

следует применять с минимально возможной высотой микронеровностей, чтобы на результаты испытаний оказывали минимальное влияние указанные факторы. В данной главе рассмотрена лишь часть факторов, влияющих на контактно-усталостные характеристики материала, некоторые другие значимо влияющие факторы приведены ниже.

Глава 2

КОНТАКТНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ И ИХ РАСЧЕТ

1. Расчет напряжений при действии нормальной нагрузки

Основы теории контактных напряжений и деформаций разработаны Г. Герцем, Н. М. Беляевым [2], А. И. Динником [12] и получили дальнейшее развитие в ряде трудов отечественных и зарубежных ученых. Вследствие сложности контактной задачи Г. Герцем при ее решении были приняты следующие основные допущения: материалы обоих тел абсолютно однородны и изотропны; деформирование происходит в пределах упругости и ни одно из тел не получает остаточной деформации, обе поверхности абсолютно гладки, касательные нагрузки в зоне контакта отсутствуют; площадка контакта мала в сравнении с характерными размерами сжимаемых тел; гидродинамическая пленка между поверхностями отсутствует.

Очевидно, что при работе реальных деталей соблюдаются лишь некоторые из указанных ограничений. Поэтому последующие работы в области контактной задачи были направлены как на уточнение полученных ранее решений, так и на постепенное снятие принятых ограничений путем учета действительных условий на контакте, отличных от принятых при классическом решении.

Выполненные в течение последних десятилетий теоретические и экспериментальные исследования показали, что в подавляющем большинстве случаев работы деталей машин полученное с указанными выше допущениями решение контактной задачи дает относительно небольшую погрешность, вследствие чего его широко используют при расчете контактных напряжений и деформаций.

В зависимости от характера начального соприкасания рабочих поверхностей сжимаемых тел различаются два вида контакта — точечный и линейный. Поскольку реальные материалы обладают известной упругой податливостью, соприкасание двух тел под нагрузкой происходит по некоторой площадке. При точечном контакте площадка имеет форму круга или эллипса, если кривизны обеих рабочих поверхностей в двух взаимно перпендикулярных плоскостях в пределах зоны касания остаются

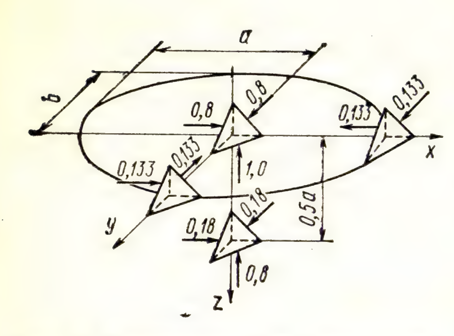


Рис. 5. Направления на эллиптической площадке контакта (в отношении к $\sigma_{z\max}$)

постоянными. При линейном контакте двух тел с постоянной вдоль их осей кривизной площадка контакта теоретически имеет вид прямоугольника. В действительности же в большинстве случаев она приобретает форму полоски с расширениями по концам, трапеции или параболы вследствие неточности изготовления или неправильного первоначального прилегания, а также в результате так называемого краевого эффекта.

В общем случае площадка контакта двух тел, ограниченных криволинейными поверхностями постоянной кривизны и соприкасающихся до деформации в одной точке, представляет собой эллипс с полуосями a и b (рис. 5), которые определяются по формулам

$$a = n_a \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{\eta P}{\Sigma\rho}}\ ; \qquad (1)$$

$$b = n_b \sqrt[3]{\frac{3}{2}\frac{\eta P}{\Sigma\rho}}\ , \qquad (2)$$

где P — нормальная нагрузка, сжимающая тела; η — характерная постоянная материалов соприкасающихся тел, определяемая упругими характеристиками:

$$\eta = \frac{1-\mu_1^2}{E_1} + \frac{1-\mu_2^2}{E_2}\ ;$$

μ_1 и μ_2, E_1 и E_2 — соответственно коэффициенты Пуассона и модули упругости материалов первого и второго тел. Для пары сталь — сталь при $E_{1,2}=21{,}08\cdot10^4$ МПа и $\mu_{1,2}=0{,}3$ $\eta=0{,}863\times\times10^{-5}$ мм²/Н; $\Sigma\rho$ — сумма главных кривизн соприкасающихся поверхностей;

$$\Sigma\rho = \rho_{11} + \rho_{12} + \rho_{21} + \rho_{22};$$

$$\rho_{11} = \frac{1}{R_{11}},\quad \rho_{12} = \frac{1}{R_{12}},\quad \rho_{21} = \frac{1}{R_{21}},\quad \rho_{22} = \frac{1}{R_{22}}\ ,$$

R_{11} и R_{12}—главные радиусы кривизны первого тела в точке начального касания, определенные в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, линия пересечения которых совпадает с линией

Таблица 1

Значения коэффициентов n_a, n_b, n_σ, n_δ к формулам (1), (2), (4), (5)

θ	n_a	n_b	n_σ	n_δ
0,01923	1,013	0,9873	0,9999	0,9999
0,03949	1,027	0,9742	0,9997	0,9997
0,06087	1,042	0,9606	0,9992	0,9992
0,08350	1,058	0,9465	0,9985	0,9985
0,1075	1,076	0,9318	0,9974	0,9974
0,1330	1,095	0,9165	0,9960	0,9960
0,1602	1,117	0,9005	0,9942	0,9942
0,1894	1,141	0,8837	0,9919	0,9919
0,2207	1,168	0,8660	0,9890	0,9889
0,2545	1,198	0,8472	0,9853	0,9852
0,2913	1,233	0,8271	0,9805	0,9804
0,3314	1,274	0,8056	0,9746	0,9744
0,3755	1,322	0,7822	0,9669	0,9667
0,4245	1,381	0,7565	0,9571	0,9566
0,4795	1,456	0,7278	0,9440	0,9432
0,4914	1,473	0,7216	0,9409	0,9400
0,5036	1,491	0,7152	0,9376	0,9366
0,5161	1,511	0,7086	0,9340	0,9329
0,5291	1,532	0,7019	0,9302	0,9290
0,5423	1,554	0,6949	0,9262	0,9248
0,5560	1,578	0,6876	0,9219	0,9203
0,5702	1,603	0,6801	0,9172	0,9155
0,5848	1,631	0,6723	0,9121	0,9102
0,5999	1,660	0,6642	0,9067	0,9045
0,6155	1,693	0,6557	0,9008	0,8983
0,6317	1,729	0,6468	0,8944	0,8916
0,6486	1,768	0,6374	0,8873	0,8841
0,6662	1,812	0,6276	0,8766	0,8759
0,6845	1,861	0,6171	0,8710	0,8668
0,7037	1,916	0,6059	0,8614	0,8566
0,7238	1,979	0,5938	0,8507	0,8451
0,7449	2,053	0,5808	0,8386	0,8320
0,7673	2,141	0,5665	0,8246	0,8168
0,7911	2,248	0,5505	0,8082	0,7990
0,8166	2,381	0,5325	0,7887	0,7775
0,8300	2,463	0,5224	0,7774	0,7650
0,8441	2,557	0,5114	0,7647	0,7509
0,8587	2,669	0,4993	0,7504	0,7349
0,8741	2,805	0,4858	0,7338	0,7163
0,8904	2,975	0,4704	0,7144	0,6943
0,9077	3,199	0,4524	0,6909	0,6675
0,9113	3,253	0,4484	0,6856	0,6613
0,9150	3,311	0,4442	0,6799	0,6549
0,9187	3,373	0,4398	0,6740	0,6481
0,9225	3,441	0,4352	0,6678	0,6409
0,9264	3,514	0,4304	0,6612	0,6333
0,9303	3,594	0,4253	0,6542	0,6251
0,9342	3,683	0,4199	0,6467	0,6164
0,9383	3,781	0,4142	0,6387	0,6071
0,9425	3,890	0,4080	0,6300	0,5970

θ	n_a	n_b	n_σ	n_δ
0,9467	4,014	0,4014	0,6206	0,5860
0,9511	4,156	0,3942	0,6104	0,5741
0,9556	4,320	0,3864	0,5990	0,5608
0,9601	4,515	0,3777	0,5864	0,5460
0,9649	4,750	0,3680	0,5721	0,5292
0,9698	5,046	0,3568	0,5555	0,5096
0,9749	5,432	0,3436	0,5358	0,4864
0,9803	5,976	0,3273	0,5112	0,4574
0,9861	6,837	0,3058	0,4783	0,418
0,9923	8,609	0,2722	0,4267	0,3

действия нормальной нагрузки P; R_{21} и R_{22} — главные радиусы кривизны второго тела в другой паре взаимно перпендикулярных плоскостей, линия пересечения которых также совпадает с линией действия нагрузки. В общем случае плоскости главных кривизн первого и второго тел ρ_{11} и ρ_{21} не совпадают и составляют между собой угол ω. Главная кривизна берется со знаком плюс, если соответствующий центр кривизны расположен внутри рассматриваемого тела. Если же поверхность в рассматриваемой плоскости не выпуклая, а вогнутая, то главную кривизну берут со знаком минус. Коэффициенты n_a и n_b выбирают по табл. 1 в зависимости от аргумента

$$\theta = \frac{1}{\Sigma\rho}\sqrt{(\rho_{11}-\rho_{12})^2+(\rho_{21}-\rho_{22})^2+2(\rho_{11}-\rho_{12})(\rho_{21}-\rho_{22})\cos 2\omega}\,.$$

В частном случае, когда плоскости кривизн ρ_{11} и ρ_{21} совпадают и угол ω равен нулю (например, для шара с желобом), это выражение упрощается и приобретает вид

$$\theta = \frac{\rho_{11}-\rho_{12}+\rho_{21}-\rho_{22}}{\Sigma\rho}\,.$$

Эпюра давлений на площадке контакта представляет собой полуэллипсоид с полуосями a, b и $\sigma_{z\,\max}$, где $\sigma_{z\,\max}$ — максимальное нормальное напряжение в центре площадки. Следовательно, общая нагрузка

$$P = \frac{2}{3}\pi ab\sigma_{z\,\max},$$

а максимальное давление

$$p_0 = -\sigma_{z\,\max} = \frac{3}{2}\frac{P}{\pi ab}\,. \qquad (3)$$

Максимальное давление может быть найдено и без определения полуосей a и b из зависимости

$$p_0 = -\sigma_{z\,\max} = \frac{n_\sigma}{\pi}\sqrt[3]{\frac{3}{2}\left(\frac{\Sigma\rho}{\eta}\right)^2 P}\;, \tag{4}$$

где n_σ — коэффициент, определяемый из табл. 1 по аргументу θ.

В результате упругого деформирования тела сближаются на некоторую величину. Упругое сближение их центров (или точек, достаточно удаленных от места контакта) определяется по формуле

$$\delta = \frac{n_\delta}{2}\sqrt[3]{\frac{9}{4}\eta^2\Sigma\rho P^2}\,. \tag{5}$$

Коэффициент n_δ также выбирают из табл. 1 по аргументу θ.

Единицы измерения приведенных в данных формулах величин принимают удобными для расчетов; обязательным является их постоянство.

Для некоторых частных случаев эти формулы могут быть приведены к виду, более удобному для практического пользования. Так, при контакте двух сферических тел с радиусами R_1 и R_2

$$a = b = 0{,}9086\sqrt[3]{\eta P\,\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\;; \tag{6}$$

$$\sigma_{z\,\max} = 5{,}784\sqrt[3]{\frac{P}{\eta^2}\left(\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\right)^2}\;; \tag{7}$$

$$\delta = 0{,}8255\sqrt[3]{(\eta P)^2\,\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}\,. \tag{8}$$

В случае контакта двух сферических тел с одинаковыми модулями упругости и $\mu = 0{,}30$ эти формулы упрощаются:

$$a = b = 1{,}109\sqrt[3]{\frac{P}{E}\,\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}}\;; \tag{9}$$

$$\sigma_{z\,\max} = 3{,}88\sqrt[3]{PE^2\left(\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}\right)^2}\;; \tag{10}$$

$$\delta = 1{,}231\sqrt[3]{\left(\frac{P}{E}\right)^2\frac{R_1+R_2}{R_1R_2}}\,. \tag{11}$$

Если сферическое тело радиуса R_1 соприкасается со сферической впадиной радиуса $R_2 > R_1$, то в приведенных формулах сумму (R_1+R_2) заменяют разностью (R_2-R_1).

При контакте сферы радиуса R с плоскостью $R_2=\infty$ и, соответственно,

$$a=b=0{,}9086\sqrt[3]{\eta PR}\,; \quad \sigma_{z\,\max}=5{,}784\sqrt[3]{\frac{P}{\eta^2R^2}}\,;$$

$$\delta=0{,}8255\sqrt[3]{\frac{\eta^2P^2}{R}}$$

или при $\mu_1=\mu_2=0{,}3$ и $E_1=E_2=E$

$$a=b=1{,}109\sqrt[3]{\frac{PR}{E}}\,; \quad \sigma_{z\,\max}=3{,}88\sqrt[3]{P\frac{E^2}{R^2}}\,;$$

$$\delta=1{,}231\sqrt[3]{\frac{P^2}{E^2R}}\,.$$

В случае контакта двух цилиндров со взаимно перпендикулярными осями и одинаковыми радиусами

$$a=b=0{,}9086\sqrt[3]{\eta PR}\,; \quad \sigma_{z\,\max}=5{,}784\sqrt[3]{\frac{P}{(\eta R)^2}}\,;$$

$$\delta=0{,}8255\sqrt[3]{\frac{(\eta P)^2}{R}}\,.$$

Поскольку пространственная эпюра давлений в общем случае точечного контакта представляет собой полуэллипсоид с полуосями a, b и $\sigma_{z\,\max}$, то напряжение σ_z в некоторой произвольной точке площадки контакта с координатами x, y может быть найдено из уравнения поверхности эллипсоида

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}+\frac{\sigma_z^2}{\sigma_{z\,\max}^2}=1, \quad \text{т. е.}$$

$$\sigma_z=\sigma_{z\,\max}\sqrt{1-\left(\frac{x}{a}\right)^2-\left(\frac{y}{b}\right)^2}\,. \qquad (12)$$

В центре площадки контакта имеет место всестороннее сжатие (рис. 5), причем

$$\sigma_x=\sigma_{z\,\max}\frac{2\mu+\frac{b}{a}}{1+\frac{b}{a}}\,; \quad \sigma_y=-\sigma_{z\,\max}\frac{1+2\mu\frac{b}{a}}{1+\frac{b}{a}}\,; \quad \sigma_z=-\sigma_{z\,\max}.$$

На поверхности соприкасания по концам большой оси площадки контакта касательное напряжение равно нулю, а нормальные напряжения в координатных плоскостях

$$\sigma_x=-\sigma_y=-\sigma_{z\,\max}(1-2\mu)\,\beta/e^2\,[1-1/e\,\mathrm{arcth}e].$$

Здесь $\beta=\frac{b}{a}$ и $e^2=1-\beta^2$.

По концам малой оси касательное напряжение также равно нулю, а нормальные напряжения

$$\sigma_x = -\sigma_y = -\sigma_{z\,\max}(1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[1-\frac{\beta}{e}\operatorname{arctg}\frac{e}{\beta}\right].$$

По концам большой оси эллипса нормальные напряжения достигают наибольшей величины $\sigma_x = -\sigma_y = 0{,}14\ \sigma_{z\,\max}$ при $\beta = 0{,}6$, а по концам малой оси их максимальное значение $\sigma_x = -\sigma_y = 0{,}133\ \sigma_{z\,\max}$ имеет место при $\beta = 1$.

В центре круговой площадки контакта действуют следующие напряжения: $\sigma_3 = \sigma_{z\,max}$; $\sigma_1 = \sigma_2 = \frac{1+2\mu}{2}\sigma_{z\,\max}$.

При $\mu = 0{,}3$ $\sigma_3 = \sigma_{z\,\max}$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 0{,}8\ \sigma_{z\,\max}$, $\tau_{\max} = 0{,}1\ \sigma_{z\,\max}$.

На контуре площадки контакта действует наибольшее растягивающее напряжение, направленное по радиусу:

$$\sigma_1 = \frac{1-2\mu}{3}\sigma_{z\,\max} = 0{,}133\sigma_{z\,\max} \quad (\text{для } \mu = 0{,}3).$$

Второе главное напряжение $\sigma_z = \sigma_2 = 0$.

Третье главное напряжение является сжимающим и действует по касательной к контуру площадки контакта

$$\sigma_3 = \frac{1-2\mu}{3}\sigma_{z\,\max} = 0{,}133\sigma_{z\,\max} \quad (\text{для } \mu = 0{,}3).$$

Максимальное касательное напряжение на контуре

$$\tau_{\max} = \frac{1-2\mu}{3}\sigma_{z\,\max} = 0{,}133\sigma_{z\,\max}.$$

Наибольшего значения максимальное касательное напряжение достигает в точке, лежащей на центральной оси z на глубине 0,47 a, и равно 0,31 $\sigma_{z\,\max}$.

При линейном контакте давление поперек площадки контакта распределяется также по эллиптическому закону. Следовательно, погонная нагрузка q, максимальное напряжение $\sigma_{z\,\max}$ и полуширина площадки контакта b связаны зависимостью

$$q = \frac{\pi\sigma_{z\,\max} b}{2}.$$

$$\text{Отсюда } \sigma_{z\,\max} = \frac{2q}{\pi b}. \tag{13}$$

Здесь погонная нагрузка $q = \frac{P}{l}$, где P — общая нормальная нагрузка на контакте; l — длина линии контакта.

Нормальное давление в точке с ординатой y (рис. 5)

$$\sigma_z = \sigma_{z\,\max}\sqrt{1-\frac{y^2}{b^2}}. \tag{14}$$

Полуширина площадки контакта

$$b = 1,128 \sqrt{\eta q \frac{R_1 R_2}{R_2 \pm R_1}} . \qquad (15)$$

Знак (+) здесь берется для двух цилиндров радиусов R_1 и R_2, а знак (—) для цилиндра радиуса R_1 с цилиндрической впадиной радиуса $R_2 > R_1$. Подставляя выражение (15) в (13), получим

$$\sigma_{z\,max} = 5,642 \sqrt{\frac{q}{\eta} \frac{R_2 \pm R_1}{R_1 R_2}} . \qquad (16)$$

При контакте цилиндра с цилиндрической впадиной эти формулы непригодны, если радиусы сжимаемых тел очень близко совпадают друг с другом. В этом случае следует пользоваться рекомендациями, приведенными в работе [43].

Если $E_1 = E_2$ и $\mu_1 = \mu_2 = 0{,}30$, то

$$b = 1,522 \sqrt{\frac{q}{E} \frac{R_1 R_2}{R_2 \pm R_1}} \qquad (17)$$

и

$$\sigma_{z\,max} = 4,18 \sqrt{qE \frac{R_2 \pm R_1}{R_1 R_2}} . \qquad (18)$$

В этом случае для контакта цилиндр — плоскость

$$b = 1,522 \sqrt{\frac{qR}{E}} \quad \text{и} \quad \sigma_{z\,max} = 4,18 \sqrt{\frac{qE}{R}} .$$

Упругое сближение осей двух цилиндров в общем случае

$$\delta = \frac{2q}{\pi} \left[\frac{1-\mu_1^2}{E_1} \left(\ln \frac{2R_1}{b} + 0,407 \right) + \frac{1-\mu_2^2}{E_2} \left(\ln \frac{2R_2}{b} + 0,407 \right) \right] . \qquad (19)$$

В произвольной точке, расположенной на глубине z на плоскости, перпендикулярной площадке контакта и проходящей через среднюю линию этой площадки (рис. 5):

$$\sigma_x = \sigma_{z\,max} 2\mu \left[\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b} \right)^2} - \frac{z}{b} \right] ;$$

$$\sigma_y = \sigma_{z\,max} \left[\frac{1 + 2\left(\frac{z}{b} \right)^2}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b} \right)^2}} - 2 \frac{z}{b} \right] ; \qquad \sigma_z = \frac{\sigma_{z\,max}}{\sqrt{1 + \left(\frac{z}{b} \right)^2}} .$$

На поверхности контакта при $y = z = 0$, т. е. для средней линии площадки соприкасания $\sigma_x = 2\mu\, \sigma_{z\,max}$, $\sigma_y = \sigma_z = \sigma_{z\,max}$.

Наибольшее касательное напряжение $\tau_{max} = 0,3\ \sigma_{z\,max}$ имеет место в плоскости xy на глубине $z = 0,78\ b$ и действует по двум взаимно перпендикулярным площадкам, нормальным к плоскости yz и расположенным под углом 45° к оси z.

Расчет контактных напряжений в некоторых случаях может быть затруднен из-за отсутствия данных об упругих характеристиках материалов сжимаемых тел. В особенной степени это относится к материалам с ярко выраженной несовершенной упругостью, для которых условный модуль упругости может зависеть от уровня напряженности, времени , вида и частоты нагружения и т. д. В этих случаях характерная постоянная η может быть определена снятием площадки контакта с дальнейшим обратным пересчетом по приведенным выше формулам. Наиболее удобным для такого эксперимента является контакт сферы с плоскостью, обеспечивающий возможность сравнительно простого и в то же время достаточно точного контроля формы и взаимной их ориентировки соприкасающихся поверхностей. Характерная постоянная данной пары материалов определяется из зависимости

$$\eta = \frac{(2a)^3}{6PR}, \qquad (20)$$

где $2a$ — диаметр площадки контакта, полученной при сжатии нагрузкой P сферы радиуса R с плоским образцом. При диаметре площадки 4—5 мм вполне достаточной является шероховатость поверхности, Ra 0,63 мкм по ГОСТ 2789—73. Если обе детали сделаны из одного и того же материала и $\mu_{1,2} = 0,3$,

$$E = \frac{10,88PR}{(2a)^3}. \qquad (21)$$

При $E_1 \ll E_2$ (например, пластмасса — сталь) и $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$ можно принять

$$E = \frac{5,43PR}{(2a)^3}.$$

Пример 1. Определить размеры площадки контакта, величину максимального нормального напряжения и упругое сближение тел при сжатии нагрузкой P шарика диаметром 14,288 мм с внутренним кольцом шарикоподшипника 307. Радиус желоба $R_{21} = 7,36$ мм, радиус кольца по дну желоба $R_{22} = 21,65$ мм. Материал обеих деталей — сталь ШХ15.

Найдем значения главных кривизн сопряженных поверхностей.

Для шара

$$\rho_{11} = \rho_{12} = \frac{1}{7,144} = 0,14.$$

Для кольца

$$\rho_{21} = -\frac{1}{7,36} = -0,1359; \qquad \rho_{22} = \frac{1}{21,65} = 0,0462.$$

Поскольку сфера симметрична относительно любого ее диаметрального сечения, принимаем $\omega=0$. Отсюда

$$\Theta=\frac{\rho_{11}-\rho_{12}+\rho_{21}-\rho_{22}}{\rho_{11}+\rho_{12}+\rho_{21}+\rho_{22}}=-0,95691.$$

Опуская знак минус, из табл. 1 находим $n_a=4{,}376$, $n_b=0{,}3839$; $n_\sigma=0{,}5954$; $n_\delta=0{,}5566$.

Характерная постоянная

$$\eta=2\,\frac{1-\mu^2}{E}=2\,\frac{1-0,3^2}{21,08\cdot 10^4}=0,8634\cdot 10^{-5}\ \text{мм}^2/\text{Н}.$$

Большая и малая полуоси площадки контакта

$$a=n_a\sqrt[3]{1,5\,\frac{\eta P}{\Sigma\rho}}=4,376\sqrt[3]{1,5\,\frac{0,8634\cdot 10^{-5}P}{0,1903}}=$$

$$=0,1787\sqrt[3]{P}\ \text{, мм (здесь } P \text{ — в ньютонах);}$$

$$b=n_b\sqrt[3]{1,5\,\frac{\eta P}{\Sigma\rho}}=0,01567\sqrt[3]{P}\ \text{, мм.}$$

Максимальное нормальное напряжение

$$\sigma_{z\,\max}=\frac{n_\sigma}{\pi}\sqrt[3]{1,5\left(\frac{\Sigma\rho}{\eta}\right)^2P}=\frac{0,5954}{\pi}\times$$

$$\times\sqrt[3]{1,5\left(\frac{0,1903}{0,8634\cdot 10^{-5}}\right)^2P}=170,55\sqrt[3]{P}\ \text{, МПа.}$$

Упругое сближение кольца и шара

$$\delta=\frac{n_\delta}{2}\sqrt[3]{\frac{9}{4}\,\eta^2\Sigma\rho P^2}=\frac{0,5566}{2}\times$$

$$\times\sqrt{\frac{9}{4}\,(0,8634\cdot 10^{-5})^2\ 0,1903P}=88,28\cdot 10^{-6}\sqrt[3]{P^2}\ \text{, мм.}$$

Если примем, что подшипник работает при радиальной нагрузке $F=14\,000$ Н и число шариков $z=7$, то

$$P=\frac{5F}{z}=10\,000\text{Н};\quad a=0,1787\sqrt[3]{10\,000}=3,850\ \text{мм};$$

$$b=0,01567\sqrt[3]{10\,000}=0,338\ \text{мм};\quad \sigma_{z\,\max}=170,55\sqrt[3]{10\,000}=$$

$$=3674\ \text{МПа, или же}$$

$$\sigma_{z\,\max}=\frac{1,5P}{\pi ab}=\frac{1,5\cdot 1000}{3,14\cdot 3,85\cdot 0,338}=3670\ \text{МПа;}$$

$$\delta=88,28\cdot 10^{-6}\sqrt[3]{10^8}=0,04098\ \text{мм.}$$

2. Контактные давления на поверхностях переменной кривизны

При локальном контакте упругих тел с поверхностями переменной кривизны область соприкасания имеет форму, отличную от эллиптической, и закон распределения нагрузки по площадке контакта отличается от герцевского. Вследствие математических трудностей точного решения для указанного случая не имеется. Это в значительной мере сдерживает работы по оптимизации форм несущих поверхностей с целью увеличения долговечности таких ответственных узлов, как опоры качения, зубчатые передачи, пара рельс — колесо и др., поскольку предопределить величину и распределение давлений при сжатии тел сложной формы оказывается невозможным. Кроме того, поверхности деталей, работающих в условиях контактного нагружения при максимальном напряжении $\sigma_{z\,max} \geqslant 3000$ МПа, уже в самый начальный период эксплуатации претерпевают существенные формоизменения, вызванные остаточными деформациями. Это обстоятельство в ряде случаев усугубляется неравномерным износом рабочих поверхностей, вносящим дополнительные изменения их формы. В результате, практически на всем периоде работы данной пары величина и распределение контактных давлений существенно отличаются от исходных и расчету не поддаются.

Однако с достаточной для практических целей степенью точности задача о распределении нагрузки по поверхностям переменной кривизны может быть решена экспериментально — аналитическим методом, если имеется возможность экспериментально определить размеры и форму области контакта (например, методом сажевых отпечатков).

Рассмотрим случай соприкасания тел, кривизна поверхностей которых в одной главной плоскости постоянна, например, в направлении оси Oy, а в другой меняется по некоторому сложному закону. Такой случай имеет место при сжатии шара с желобом сложного профиля, при контакте роликов или кольца с роликом, если образующая хотя бы одного из них имеет переменную кривизну; при контакте несколько изношенных бочкообразных зубьев.

Начальное касание тел может происходить в одной, двух и более точках, но область контакта будет замкнутой (рис. 6). Образующие не имеют особых точек, в силу чего давление вдоль большой оси площадки контакта меняется

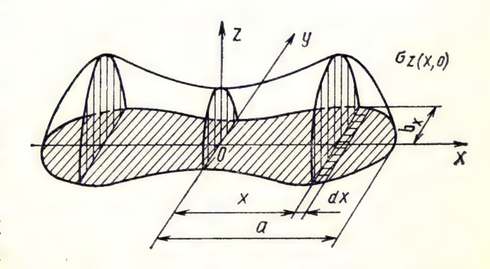


Рис. 6. Площадка контакта сложной формы

постепенно и явления типа «краевого эффекта» отсутствуют.

Площадку контакта разбиваем на полосы, параллельные оси Oy, и рассматриваем их как участки линейного контакта двух цилиндров. Погонную нагрузку q_x на полосе шириной dx считаем постоянной. В плоскости zOy кривизна сопряженных поверхностей постоянна. Поэтому распределение давления в направлении оси Oy, по аналогии с точечным и линейным контактом, полагаем эллиптическим.

Полуширина площадки контакта двух цилиндров

$$b = 1{,}128 \sqrt{\eta q \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}}, \tag{22}$$

где q — погонная нагрузка; η — характеристика материала, определяемая его упругими постоянными.

Отсюда, принимая во внимание сделанное выше допущение,

$$q_x = \frac{b_x^2 (R_1 + R_2)}{1{,}128^2 \eta R_1 R_2} = k b_x^2. \tag{23}$$

Общая нагрузка на контакте $P = \int\limits_{-a}^{a} q_x dx = k \int\limits_{-a}^{a} b_x^2\, dx.$

Следовательно,

$$k = \frac{P}{\int\limits_{-a}^{a} b_x^2\, dx}. \tag{24}$$

Подставляем (24) в (23):

$$q_x = \frac{P b_x^2}{\int\limits_{-a}^{a} b_x^2 dx}. \tag{25}$$

При эллиптическом законе распределения давления вдоль оси Oy на рассматриваемой полоске имеет место зависимость

$$\frac{\sigma_{z(x,y)}^2}{\sigma_{z(x,O)}^2} + \frac{y^2}{b_x^2} = 1.$$

Общая нагрузка на полоске единичной ширины $q_x = \int\limits_{-b_x}^{b_x} \times$ $\times \sigma_{z(x,\,y)} dy$, что соответствует половине площади эллипса с полуосями $\sigma_{z(x,\,O)}$ и b_x, т. е.

$$q_x = \frac{\pi \sigma_{z(x,O)} b_x}{2}. \tag{26}$$

Приравнивая (25) и (26), имеем

$$\frac{Pb_x^2}{\int\limits_{-a}^{a} b_x^2\,dx} = \frac{\pi\sigma_{z(x,O)}\,b_x}{2}. \quad \text{Отсюда} \quad \sigma_{z(x,O)} = \frac{2Pb_x}{\pi\int\limits_{-a}^{a} b_x^2\,dx}; \tag{27}$$

$$\sigma_{z(x,y)} = \frac{2Pb_x}{\pi\int\limits_{-a}^{a} b_x^2dx}\sqrt{1-\frac{y^2}{b_x^2}}. \tag{28}$$

Максимальное давление на площадке

$$\sigma_{z\,\max} = \frac{2Pb_{\max}}{\pi\int\limits_{-a}^{a} b_x^2dx}. \tag{29}$$

Для площадки контакта, симметричной относительно оси x, полученные формулы несколько упрощаются:

$$\sigma_{z(x,y)} = \frac{Pb_x}{\pi\int\limits_{0}^{a} b_x^2\,dx}\sqrt{1-\frac{y^2}{b_x^2}}; \tag{30}$$

$$\sigma_{z\,\max} = \frac{Pb_{\max}}{\pi\int\limits_{0}^{a} b_x^2dx}. \tag{31}$$

Основным допущением приведенного решения является то, что каждая элементарная полоса, выделенная на площадке контакта сложной формы, рассматривается как часть площадки контакта двух цилиндров с постоянной погонной нагрузкой.

Для оценки вносимой этим допущением погрешности используем полученные зависимости для случая, применительно к которому имеется точное решение, и сравним результаты.

При точечном контакте тел с поверхностями постоянной кривизны область касания очерчивается эллипсом с полуосями a и b:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

В соответствии с принятыми выше обозначениями

$$b_x = y = b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}$$

и

$$\int\limits_{0}^{a} b_x^2\,dx = \int\limits_{0}^{a} y^2\,dx = \int\limits_{0}^{a}\left(b^2-\frac{b^2}{a^2}\right)x^2dx = \frac{2}{3}\,ab^2.$$

Для $x=y=0$, $b_x=b_{\max}=b$ и

$$\sigma_{z\,\max}=\frac{Pb}{\pi\int\limits_0^a b_x^2\,dx}=\frac{3}{2}\frac{P}{\pi ab},$$

т. е. получаем известную формулу Герца — Беляева.

Для некоторой точки ($x\neq 0$, $y=0$), лежащей на оси x:

$$\sigma_{z(x,O)}=\frac{Pb_x}{\pi\int\limits_0^a b_x^2dx}=\frac{Pb\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}}{\pi\frac{2}{3}ab^2}=\sigma_{z\,\max}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}}.$$

Учитывая эллиптический закон распределения нагрузки поперек площадки контакта, для произвольной точки имеем

$$\sigma_{z(x,y)}=\sigma_{z(x,O)}\sqrt{1-\frac{y^2}{b_x^2}},\quad \text{причем}\quad b_x^2=\frac{a^2b^2-b^2x^2}{a^2}.$$

После подстановки и преобразований получаем

$$\sigma_{z(x,y)}=\sigma_{z\,\max}\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}}.$$

Совпадение полученных зависимостей с известными формулами Герца — Беляева свидетельствует о приемлемости допущений, принятых при решении данной задачи.

Пример 2. Найти максимальное давление на площадке контакта шара диаметром 50,8 мм с эллиптическим желобом в случае начального касания в двух точках (см. рис. 6) при нагрузке 90 000 Н. Контур площадки может быть описан функцией, четной относительно **x** и **y**. Примем зависимость вида

$$y^2=b_x^2=A+Bx^2+Cx^4+Dx^6.$$

В этом случае

$$J=\int\limits_0^a b_x^2dx=\int\limits_0^a(A+Bx^2+Cx^4+Dx^6)\,dx=Aa+B\frac{a^3}{3}+C\frac{a^5}{5}+D\frac{a^7}{7}.$$

Размеры площадки контакта

x, мм	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	9,8
b_x, мм	1,05	1,11	1,15	1,20	1,23	1,23	1,17	1,10	0,95	0,75	0

В качестве характерных примем следующие точки:

$$x_1=0,\quad b_{x_1}=1{,}05;\quad x_2=4,\quad b_{x_2}=1{,}23;\quad x_3=9,\quad b_{x_3}=0{,}75;\quad x_4=9{,}8,\quad b_{x_4}=0.$$

Составляем систему уравнений:

$$b_{x_1}^2=A+Bx_1^2+Cx_1^4+Dx_1^6;\quad b_{x_2}^2=A+Bx_2^2+Cx_2^4+Dx_2^6;\quad b_{x_3}^2=A+Bx_3^2+Cx_3^4+Dx_3^6;\quad b_{x_4}^2=A+Bx_4^2+Cx_4^4+Dx_4^6.$$

Решая систему уравнений, находим значения коэффициентов: $A=1{,}1025$, $B=36{,}47354\cdot10^{-3}$; $C=-0{,}711893\cdot10^{-3}$; $D=2{,}21355\cdot10^{-6}$.

При $a=9{,}8$ $\int\limits_0^a b_x^2\,dx=11{,}9954$ и

$$\sigma_{z\,\max}=\frac{Pb_{\max}}{\pi\int\limits_0^a b_x^2\,dx}=\frac{90\,000\cdot1{,}23}{3{,}14\cdot11{,}9954}=2937\ \text{МПа}.$$

Определение функции $b_x=f(x)$ часто является весьма трудоемкой операцией. В этих случаях целесообразнее применить один из приближенных методов интегрирования с использованием полученных измерением значений b_x. При равномерном делении большой полуоси на n отрезков длиной dx, полуширина площадки контакта у концов которых равна последовательно b_{x_1}, b_{x_2}, ... , b_{x_n}, можно воспользоваться формулой Симпсона:

$$J=\frac{dx}{3}\left[y_0+y_n+4\left(y_1+y_3+\ .\ .\ .+y_{n-1}\right)+2\left(y_2+y_4+\ .\ .\ .+y_{n-2}\right)\right].$$

Здесь $y_i=b_{x_i}^2$, $y_0=b_{x_0}^2$, где b_{x_0} — полуширина площадки контакта при $x=0$.

При быстрых изменениях ширины площадки более точные результаты могут быть получены делением площадки вдоль большой оси на несколько участков с последующим разбиением каждого из них на интервалы. Для уменьшения громоздкости вычислений значение интеграла для каждого из этих участков целесообразно определять по формуле трапеций:

$$J_k=(\Delta x)_k\left(\frac{y_0+y_n}{2}+y_1+y_2+\ .\ .\ .+y_{n-1}\right)$$

и $J=\sum\limits_1^k J_k$, где k — число участков, а $(\Delta x)_k$ — протяженность интервала на участке k.

Для приведенного выше примера

$$J=1\left(\frac{1{,}05^2+0{,}75^2}{2}+1{,}11^2+1{,}15^2+1{,}20^2+2\cdot1{,}23^2+\right.$$
$$\left.+1{,}17^2+1{,}10^2+0{,}95^2\right)+0{,}8\,\frac{0{,}75^2}{2}=11{,}559.$$

Расхождение с предыдущим результатом 3,6%.

3. Расчет напряжений при одновременном действии нормальной и касательной нагрузок

Влияние сил трения на контактные напряжения рассмотрено в работах Каттанео, Фромма, Миндлина, Порицкого. Наиболее современными работами в этом направлении являются исследования отечественных ученых М. М. Саверина [34], Б. С. Ковальского [16], М. В. Коровчинского [17], С. В. Пинегина и И. А. Шевелева [29].

Наиболее основательным из выполненных за несколько последних десятилетий исследований напряженного состояния с учетом касательных сил на контакте является исследование М. В. Коровчинского [17]. В работе дано строгое, доведенное до рабочих формул решение применительно к случаю, когда на площадке контакта эллиптической (или, в частном случае, круговой) формы наряду с нормальными нагрузками, распределенными по эллипсоидальному закону, действуют пропорциональные им касательные нагрузки. Исходя из линейности уравнений теории упругости, автором использован принцип аддитивности напряжений, что позволило компоненты напряжения в точках зоны упругого полупространства, подверженной одновременному действию нормальных и касательных нагрузок, представить в виде сумм

$$\sigma_i = \sigma_i^{(P)} + \sigma_i^{(T_x)} + \sigma_i^{(T_y)}; \quad \tau_{ij} = \tau_{ij}^{(P)} + \tau_{ij}^{(T_x)} + \tau_{ij}^{(T_y)}.$$

В этих равенствах первое слагаемое соответствует составляющей напряжения, обусловленной действием нормальных нагрузок $P_{(x,y)}$, второе — действием касательных нагрузок $T_{x(x,y)}$, параллельных оси Ox, и третье — действием касательных нагрузок $T_{y\,(x,\,y)}$, параллельных оси Oy. Расчет вели в безразмерных величинах, причем за масштаб длин принимали длину большой полуоси a площадки контакта, а за масштаб напряжений — максимальное напряжение $\sigma_{z\,\max}$ в центре площадки контакта. В этом случае

$$x = \frac{x}{a}; \quad y = \frac{y}{a}; \quad z = \frac{z}{a};$$

$$\sigma_{i(x,y,z)} = \frac{\sigma_{i(x,y,z)}}{\sigma_{z\,\max}}; \quad \tau_{ij(x,y,z)} = \frac{\tau_{ij(x,y,z)}}{\sigma_{z\,\max}}.$$

Действительные величины обозначены двумя черточками, безразмерные — без черточек.

Применительно к условиям, когда в пределах эллиптической площадки контакта действует распределенная по Герцу нормальная нагрузка P и пропорциональная ей касательная нагрузка $T_y = kP$, направленная параллельно малой оси площадки контакта Oy, получены следующие зависимости.

Напряжения в поверхностных точках упругого полупространства, лежащих вне эллипса давлений. При наличии сил трения в состоянии чистого сдвига находятся лишь точки, лежащие на осях координат.

Для точек, лежащих на оси Ox (т. е. $|x| \geqslant 1$, $y = 0$), значения напряжений вычисляются по формулам:

$$\sigma_x^{(P)} = -\sigma_y^{(P)} = (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left(\frac{x}{2e}\ln\frac{x+e}{x-e} - 1\right);$$

$$\frac{1}{k}\tau_{xy} = \frac{\beta}{e^2}\left[(2\mu - e^2)\,J_x - 2\mu\beta^2 J_y\right]x,$$

где $\beta = \frac{b}{a}$ — отношение полуосей эллипса давлений; $e = \sqrt{1-\beta^2}$ — эксцентриситет эллипса давлений; μ — коэффициент Пуассона; k — отношение тангенциального усилия к нормальному;

$$J_x = \frac{1}{e^2}\left[F(e;\ \varphi_*) - E(e;\ \varphi_*)\right];$$

$$J_y = \frac{1}{e^2}\left[\frac{E(e;\ \varphi_*)}{\beta^2} - F(e;\ \varphi_*) - \frac{1}{\beta^2}\,\frac{\sin\varphi_*\cos\varphi_*}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi_*}}\right].$$

Здесь неполный эллиптический интеграл первого рода модуля e и амплитуды φ_*:

$$F(e;\ \varphi_*) = \int\limits_0^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}}$$

и неполный эллиптический интеграл второго рода:

$$E(e;\ \varphi_*) = \int\limits_0^{\varphi} \sqrt{1-e^2\sin^2\varphi}\, d\varphi.$$

Для рассматриваемых точек $(x^2 \gg 1)$

$$\varphi_* = \operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{x^2-1}}.$$

Числовые значения F и E приведены в справочниках.

Для точек, лежащих на оси Oy (т. е. $x=0$, $|y| \geqslant \beta$):

$$\sigma_x^{(P)} = -\sigma_y^{(P)} = (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[\frac{\beta}{e}\bar{y}\operatorname{arctg}\left(\frac{e}{\beta}\,\frac{1}{y} - 1\right)\right];$$

$$\frac{1}{k}\sigma_x^{(T)} = 2\mu\frac{\beta^2}{e^2}(J_x - J_y)\bar{y};$$

$$\frac{1}{k}\sigma_y^{(T)} = -2\beta^2\left[J_y + \frac{\mu}{e^2}(J_x - \beta^2 J_y)\right]\bar{y},$$

где $\bar{y} = \frac{y}{\beta}$ — отношение действительной (не безразмерной) ординаты рассматриваемой точки к действительной величине малой полуоси. Для рассматриваемых точек $(\bar{y}^2 \geqslant 1)$

$$\operatorname{tg}\varphi_* = \frac{1}{\beta}\;\frac{1}{\sqrt{\bar{y}^2-1}}.$$

Напряжения в поверхностных точках упругого полупространства, совпадающих с большой полуосью эллипса давлений и лежащих в пределах площадки контакта (т. е. $|x| \leqslant 1$, $y=0$). Компоненты напряжения, вызванные нормальным усилием в области контакта:

$$\sigma_x^{(0)} = \frac{\beta^2 - 2\mu}{e^2}\sqrt{1-x^2} + (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[\frac{x}{2e}\ln A(x) - 1\right];$$

$$\sigma_y^{(0)} = -\frac{1-2\mu\beta^2}{e^2}\sqrt{1-x^2} - (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[\frac{x}{2e}\ln A(x) - 1\right];$$

$$\sigma_z^{(0)} = -\sqrt{1-x^2}; \quad \tau_{xy}^{(0)} = \tau_{yz}^{(0)} = \tau_{zx}^{(0)} = 0.$$

Здесь $A(x) = \dfrac{1+\beta\sqrt{1-x^2}+ex}{1+\beta\sqrt{1-x^2}-ex}$.

Составляющие напряжения, вызванные касательными усилиями, параллельными малой оси площадки контакта:

$$\sigma_x^{(T)} = \sigma_y^{(T)} = \sigma_z^{(T)} = \tau_{zx}^{(T)} = 0;$$

$$\frac{1}{k}\tau_{xy} = \beta\left[\left(2\mu\,\frac{1+\beta^2}{e^2} - 1\right)J_x^0 - 2\mu\frac{E(e)}{e^2}\right]x;$$

$$\frac{1}{k}\tau_{yz} = -\sqrt{1-x^2},$$

где J^0 определяется по приведенной выше формуле для J_x при $\varphi_* = \dfrac{\pi}{2}$.

При нагружении чисто нормальным усилием наиболее напряженными являются точки, расположенные на концах большой оси площадки контакта и находящиеся в условиях чистого сдвига.

Для них

$$\sigma_z^{(P)} = 0;$$

$$\sigma_x^{(P)} = -\sigma_y^{(P)} = (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left(\frac{1}{2e}\ln\frac{1+e}{1-e} - 1\right).$$

При этом главные напряжения $\sigma_1 = \sigma_y^{(P)}$; $\sigma_2 = \sigma_z^{(P)} = 0$; $\sigma_3 = \sigma_x^{(P)}$.

Автором найдено, что максимальное значение напряжения сдвига имеет место при $\beta = b/a = 0{,}614$ или $e = 0{,}78931$ и равно $\tau_{13\,\max} = 0{,}349965\ [1-2\mu]$, что при $\mu = 0{,}3$ соответствует $\tau_{13} = 0{,}14$.

При одновременном действии нормальных и касательных усилий точки контура площадки контакта по-прежнему находятся в условиях чистого сдвига, причем наибольшей величины напряжения достигают, как и в предыдущем случае, на концах большой оси. Здесь

$$\sigma_x = \sigma_x^{(P)}; \quad \sigma_y = \sigma_y^{(P)}; \quad \tau_{xy} = \tau_{xy}^{(T)}; \quad \sigma_z = \tau_{zy} = \tau_{zx} = 0;$$

$$\sigma_2 = \sigma_z = 0; \quad \sigma_{1,3} = \pm\frac{1}{2}\sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

Максимальное касательное напряжение равно по величине напряжениям $\sigma_{1,3}$. В работе [17] приведен график, показываю-

щий зависимость этого напряжения от соотношения длин полуосей при изменении коэффициента k от 0,1 до 0,4.

Напряжения в поверхностных точках упругого полупространства, совпадающих с малой полуосью эллипса давлений ($x=0$, $|\bar{y}|\leqslant 1$). Компоненты напряжения, вызванные действием нормальных усилий, определяются следующими зависимостями:

$$\tau_{xy}^{(0)} = \tau_{yz}^{(0)} = \tau_{zx}^{(0)} = 0;$$

$$\sigma_x^{(0)} = \frac{\beta^2 - 2\mu}{e^2}\sqrt{1-\bar{y}^2} + (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[\frac{\beta}{e}\bar{y}\,\mathrm{arc\,tg}\,B(\bar{y}) - 1\right];$$

$$\sigma_y^{(0)} = -\frac{1-2\mu\beta^2}{e^2}\sqrt{1-\bar{y}^2} - (1-2\mu)\frac{\beta}{e^2}\left[\frac{\beta}{e}\bar{y}\,\mathrm{arc\,tg}\,B(\bar{y}) - 1\right];$$

$$\sigma_z^{(0)} = -\sqrt{1-\bar{y}^2}.$$

Здесь $B(\bar{y}) = \dfrac{e\bar{y}}{\beta+\sqrt{1-\bar{y}^2}}$; $\bar{y} = \dfrac{y}{\beta} = \dfrac{\bar{\bar{y}}}{\bar{b}}$.

Компоненты, обусловленные действием касательных усилий, определяются из зависимостей:

$$\sigma_z'' = \tau_{xy}'' = \tau_{zx}'' = 0;$$

$$\frac{1}{k}\sigma_x'' = 4\mu\frac{\beta^2}{e^2}\left[J_x^{(0)} - \frac{1}{2}\frac{E(e)}{\beta^2}\right]\bar{y};$$

$$\frac{1}{k}\sigma_y'' = 2\beta^2\left[\left(1+\mu-\frac{2\mu}{e^2}\right)J_x^{(0)} + \left(1+\mu-\frac{1}{\beta^2}\right)\frac{E(e)}{e^2}\right]\bar{y};$$

$$\frac{1}{k}\tau_{yz}'' = -\sqrt{1-\bar{y}^2}.$$

Следовательно, в пределах малой оси эллиптической площадки контакта напряжения σ_x'' и σ_y'' меняются по прямой линии, будучи в центре равными нулю и имея на контуре максимумы: со стороны приложения усилия T_x — растяжение и на противоположном конце малой оси, в направлении которого действует усилие T_x, — сжатие. Выполненные автором расчеты для нескольких конкретных случаев [17] показали большую зависимость величины растягивающего напряжения на стороне растяжения (т. е. на стороне «входа» касательного усилия) от соотношения касательного и нормального усилий.

На поверхности площадки контакта наиболее опасной по растягивающему напряжению является, таким образом, точка, совпадающая с концом малой полуоси на стороне растяжения, где суммарное растягивающее напряжение достигает максимума. Главными здесь являются напряжения $\sigma_1=\sigma_x=\sigma_x^{(0)}+\sigma_x''$; $\sigma_3=\sigma_y=\sigma_y^{(0)}+\sigma_y''$. Остальные компоненты напряжения равны нулю.

Глава 3

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ И РАЗМЕРОВ ДЕТАЛЕЙ НА ДОЛГОВЕЧНОСТЬ. СТАТИЧЕСКАЯ ГРУЗОПОДЪЕМНОСТЬ

Контактную прочность в настоящее время рассчитывают по максимальному контактному давлению $\sigma_{z\,max}$ в центре площадки контакта либо по наибольшему значению максимального касательного напряжения τ_{max}. Однако такой расчет в значительной мере является условным. Как показывает практика и эксперимент, разрушение в большинстве случаев начинается не в местах действия этих напряжений. Так, в условиях локального пульсирующего контактного нагружения, когда на образце удается разграничить отдельные участки рабочей зоны (исключив их последовательное взаимное перекрытие, имеющее место, например, при качении под нагрузкой), первичные трещины возникают, как правило, вблизи контура площадки, а не в центре ее поверхности и не на глубине в зоне действия максимальных касательных напряжений. Следовательно, разрушение здесь возникает в результате другого комплекса напряжений, деформаций и сопутствующих им явлений, которые вызываются, конечно, приложенным усилием и связаны с максимальным контактным напряжением, но не определяются однозначно его величиной. К сожалению, вследствие сложности процессов, приводящих к контактному разрушению и протекающих под воздействием большого количества взаимозависимых факторов, результирующий эффект которых при современном уровне знаний не поддается количественной оценке, в настоящее время не существует доведенного до инженерного уровня экспериментально проверенного математического описания опасного состояния материала, возникающего под действием реальных условий на контакте и приводящего к разрушению.

Вместе с тем, накоплен значительный экспериментальный материал, учет которого может помочь правильно организовать испытания и избежать получения ошибочных данных вследствие проведения экспериментов в условиях, несопоставимых с рабочими. В настоящем разделе основное внимание уделено влиянию формы и размеров испытуемых тел, а также остаточным деформациям рабочих поверхностей, которые играют существенную роль в развитии процессов контактной усталости, но часто оказываются за пределами внимания исследователя как второстепенные.

1. Влияние формы рабочих поверхностей

Одним из факторов, играющих существенную роль в процессах разрушения рабочих поверхностей и не учитываемых при расчете непосредственно по максимальным контактным давлениям или наибольшим касательным напряжениям, является

форма контактирующих поверхностей. При одной и той же величине $\sigma_{z\max}$ и неизменном законе распределения контактного давления, обуславливающих постоянство расчетного значения $\tau_{\max}$, реальные условия работы деталей могут быть весьма различными в зависимости от величин и сочетаний кривизн их рабочих поверхностей. Для проверки этого положения было проведено три серии испытаний на контактную усталость при качении под нагрузкой [27]. В первой серии шар диаметром 7,94 мм испытывали в паре с тороидом, имевшим радиусы $R_{21}=4{,}09$ и $R_{22}=75$ мм. Во второй серии бочкообразный ролик с $R_{11}=132{,}5$ и $R_{12}=3{,}75$ мм обкатывали в паре с цилиндром $R_{21}=\infty$ и $R_{22}=$ $=75$ мм. Третью группу испытаний проводили при сочетании бочкообразного ролика $R_{11}=132{,}5$, $R_{12}=6{,}35$ мм с цилиндром $R_{21}=\infty$, $R_{22}=8{,}48$ мм.

Указанная форма образцов была выбрана с таким расчетом, чтобы при одной и той же величине общей нагрузки на контакте величины $\sigma_{z\max}$ и $\tau_{\max}$ во всех случаях были одинаковы. Различие заключалось в форме площадок контакта. Для первой группы образцов она имела эллиптическую форму с характерным для стандартных шарикоподшипников соотношением полуосей $a:b=10$ и сильной изогнутостью в плоскости большой оси. Площадка контакта образцов второй группы имела те же размеры и соотношение полуосей, но лежала практически в одной плоскости. Для третьей группы площадка контакта была близка к круговой, лежащей также в одной плоскости. Материал образцов — сталь ШХ15 одной плавки, твердость *HRC* 61—63. Все испытания вели при одной и той же нагрузке $P=9614$ Н, создававшей контактное напряжение $\sigma_{z\max}=4905$ МПа. Окружная скорость постоянна $\sim 1{,}5$ м/с, смазка капельная веретенным маслом.

Основным видом разрушения во всех случаях было типичное усталостное выкрашивание. Средняя долговечность образцов первой группы составила примерно $0{,}4\cdot10^6$ циклов, второй — около $6\cdot10^6$. Так как единственным различием между группами образцов была форма площадки контакта, то следует предположить, что основной причиной столь резкой разницы в долговечности явилось действие касательных сил, возникающих в результате дифференциального проскальзывания сопряженных поверхностей. При резко изогнутой площадке (первая группа образцов) касательные силы имеют гораздо большую величину и вызывают неблагоприятное изменение напряженного состояния поверхностных слоев материала, приводящее к ускоренному накоплению ими усталостных повреждений и выходу из строя. Средняя долговечность образцов третьей группы составила 10^7 циклов, что можно объяснить более слабо выраженным действием касательных сил на круговой площадке в сравнении с эллиптической вследствие меньшей ее протяженности в плоскости, перпендикулярной плоскости вращения.

Помимо влияния касательных сил большую роль играет также различие величин поверхностных напряжений для тел различной формы, которое не учитывается современными методами расчета. На плоской поверхности радиальные волокна, удаленные концы которых остаются практически неподвижными, вне контура площадки соприкасания под действием приложенной контактной нагрузки вытягиваются, а внутри контура до радиуса 0,94a сжимаются. В случае приложения той же внешней нагрузки к выпуклой сферической поверхности на эту систему деформаций поверхностного слоя накладывается вторая система деформаций, в некоторой степени близкая радиальным деформациям сжатия на внешней поверхности сферического купола, нагруженного радиальной нагрузкой, направленной к его центру. Поэтому следует ожидать, что радиальные растягивающие напряжения вблизи контура площадки контакта в этом случае будут меньше, чем на плоской поверхности, и соответственно уменьшится опасность образования усталостной трещины.

Это предположение хорошо подтверждается результатами усталостных испытаний при пульсирующем контактном нагружении ситалловых образцов с рабочими поверхностями сфера—плоскость [28]. Во всех случаях разрушения были в виде кольцевых трещин у контура площадки контакта. Долговечность образцов со сферической рабочей поверхностью была значительно (в 3—8 раз) выше долговечности таких же, работавших с ними в паре образцов с плоской поверхностью. Это объясняется тем, что ситалл является хрупким материалом и наиболее чувствителен к растягивающим напряжениям.

Существенным фактором, определяющим влияние реальной формы рабочих поверхностей на их долговечность, является также относительное смещение сопряженных микроучастков поверхностей, которое возникает вследствие различия величин радиальных перемещений на соприкасающихся поверхностях, имеющих различную кривизну, и вызывает появление дополнительных касательных усилий, действующих синхронно с нормальной нагрузкой.

2. Зависимость контактной выносливости образцов от их абсолютных размеров

Долговечность тел с одной и той же формой сопряженных поверхностей находится, при прочих равных условиях, в заметной зависимости от их абсолютных размеров. Это обстоятельство отмечалось рядом исследователей и может быть проиллюстрировано результатами следующего опыта [27]. На машине типа МИД были испытаны при качении под нагрузкой три партии шаров из стали ШХ15 твердостью *HRC* 61—63 в паре с цилиндром диаметром 150 мм, изготовленным из такого же материала.

В первой партии шары имели диаметр 31,8 мм, во второй — 12,7 и в третьей — 7,94 мм. Общая нагрузка на контакте составляла соответственно 9614, 1697 и 687 Н с тем, чтобы максимальное контактное напряжение $\sigma_{z\,max}$ во всех случаях было равным 4905 МПа. Окружная скорость порядка 1,5 м/с, смазка капельная.

Долговечность при 50%-ной вероятности разрушения шаров была следующей: для ⌀ 7,94 мм около $7 \cdot 10^6$ циклов, ⌀ 12,7 мм — $9 \cdot 10^6$ циклов и ⌀ 31,8 мм — $15 \cdot 10^6$ циклов. Таким образом, наблюдалось устойчивое повышение долговечности с ростом размеров испытуемых тел при соблюдении геометрического подобия их рабочих поверхностей. Одной из причин этого явления может быть различие градиента напряжений и разность скоростей деформаций на телах неодинаковых размеров [1]. При больших градиентах напряжений, которые имеют место в случае контактных площадок меньших размеров, степень деформированности соседних микрообъемов работающего материала более сильно отличается друг от друга, что затрудняет сохранение стабильности их состояния и связей между ними, одновременно уменьшая поддерживающее влияние соседних микрообъемов.

Кроме того, ограниченность объемов металла, в которых происходит значительное тепловыделение, является причиной не только затрудненного теплоотвода, но и более интенсивного образования дополнительных термических напряжений. Поэтому следует ожидать, что в парах с большей приведенной кривизной условия работы материала будут более тяжелыми.

Влияние абсолютных размеров деталей машин на их прочностные показатели принято характеризовать так называемым масштабным фактором. В ряде случаев, основываясь на теории подобия и сложившихся представлениях о механизме разрушения в данных конкретных условиях либо исходя из накопленных экспериментальных данных, оказывается возможным дать более или менее точную количественную его оценку. К сожалению, в области контактной прочности к настоящему времени накоплено недостаточно данных, которые позволили бы производить такую оценку. Поэтому количественные показатели, полученные на деталях иных размеров, можно использовать лишь как сугубо ориентировочные с учетом приведенных выше результатов.

3. Формоизменения рабочих поверхностей в процессе работы и их роль

Детали машин, работающие в условиях контактного нагружения, рассчитывают с учетом исходной формы их рабочих поверхностей. Вместе с тем высокие контактные давления, сосредоточенные на ограниченных участках поверхностей, уже пос-

---

[1] Другая возможная причина этого явления рассмотрена в гл. 1.

ле нескольких первых циклов нагружения приводят к появлению на них ощутимых остаточных деформаций даже у деталей, закаленных до высокой твердости. В результате конфигурация рабочих поверхностей в зоне нагружения существенно изменяется. Вместе с ней меняются напряжения, упругие деформации, распределение нагрузки и величина самой контактной площадки, т. е. на протяжении фактически всего срока службы данная пара деталей будет работать в условиях, отличных от расчетных.

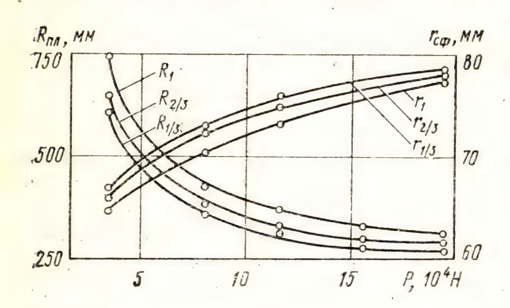


Рис. 7. Необратимые изменения под нагрузкой формы рабочих поверхностей

Величина формоизменений, вызванных остаточными деформациями рабочих поверхностей, зависит от их твердости, растет с нагрузкой и неравномерна по сечению площадки контакта: в центральной зоне, где давления наибольшие, она значительно выше, чем на периферии. Так, в случае сжатия шара с плоским (до нагружения) образцом радиус кривизны, подсчитанный для всей образовавшейся в результате деформации лунки, оказывается на 20—25% больше радиуса центральной части той же лунки. На рис. 7 [24] приведены кривые, показывающие изменения радиусов кривизны рабочих участков поверхностей плоского и сферического (с исходным радиусом 60 мм) образцов с твердостью *HRC* 56—57, происходившие в результате однократного их сжатия друг с другом нагрузками от 32 569 до 201 105 Н. Во избежание влияния наклепа и других трудно поддающихся оценке факторов образцы нагружали каждый раз на новых участках поверхностей. Профилограммы снимали через 2 ч после разгружения. Радиус кривизны подсчитывали для участков поверхности с хордами, соответствовавшими диаметру образовавшейся лунки (R_1), двум третям его ($R_{2/3}$) и одной трети ($R_{1/3}$) по формуле $R = l^2/2h$, где l — половина хорды; h — соответствующая ей стрелка.

Как видно из рассмотрения кривых, на плоском образце, где с ростом нагрузки образуется все более глубокая лунка, наблюдается устойчивое соотношение $R_{1/3} < R_{2/3} < R_1$, т. е. кривизна центрального участка неизменно больше некоторой осредненной для всей площадки контакта ее кривизны. Для сферы, уплощение рабочего участка которой растет с нагрузкой, причем наиболее интенсивно в центральной зоне контакта, имеет место обратная картина: $r_{1/3} > r_{2/3} > r_1$.

Определение действительного напряжения с учетом пластической деформации представляет собой значительную трудность

по двум причинам. С одной стороны, поверхности в пределах рабочей зоны имеют переменную кривизну, а для такого случая, как известно, решения не имеется. С другой стороны, пластическое формоизменение (при первом статическом нагружении) протекает, начиная с некоторого момента, непрерывно, т. е. каждой величине общей нагрузки на контакте соответствует своя форма поверхностей. При исследовании влияния формоизменений эта задача в первом приближении была решена следующим образом. За расчетную принимали кривизну поверхности лунки на плоском образце и соответствующего ей участка на сферическом образце, подсчитанном на хорде, равной $^2/_3$ диаметра лунки, т. е. средняя в пределах деформированной зоны. Течение поверхностей под нагрузкой учитывали ступенчатым приложением нагрузки со съемкой профилограммы после каждого нагружения, причем за истинную форму сжимаемых поверхностей при данной ступени нагрузки принимали их форму, образовавшуюся в результате предыдущего нагружения. Всего в данном опыте было выбрано пять ступеней. Как и ранее, каждое новое нагружение производили в новой зоне. Твердость плоского образца *HRC* 47, сферического *HRC* 57.

Таблица 2

Параметры	Значения радиусов кривизны и максимального контактного напряжения				
P, Н	32570	77205	110850	151070	201105
$R_{2/3}$, мм	∞	640	378	326	304
$r_{2/3}$, мм	60	65,4	70	73,7	76,9
$(\sigma_{z\max})_р$, МПа	2865	3826	4307	4787	5268
$(\sigma_{z\max})_д$, МПа	2865	3355	3394	3482	3649
$(\sigma_{z\max})_д/(\sigma_{z\max})_р$	1	0,88	0,79	0,73	0,70

В табл. 2 приведены найденные таким образом значения радиусов кривизны поверхностей плоского $R_{2/3}$ и сферического $r_{2/3}$ образцов, а также расчетная величина $(\sigma_{z\max})_р$ максимального контактного напряжения, подсчитанная для исходных форм рабочих поверхностей, и его действительная величина

$(\sigma_{z\,max})_д$, определенная с учетом реальной формы поверхностей по известной формуле для сферы со сферической впадиной

$$\sigma_{z\,max} = 0{,}0843 \sqrt[3]{PE^2 \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)^2}$$

(предполагается $\mu = 0{,}3$), которая для пары сталь — сталь приобретает вид

$$\sigma_{z\,max} = 298{,}56 \sqrt[3]{P \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)^2}.$$

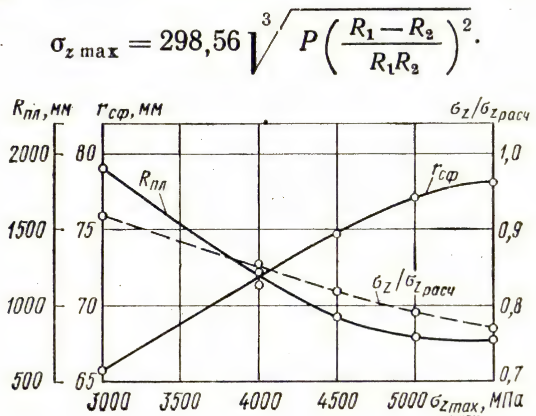


Рис. 8. Уменьшение максимального контактного напряжения в результате формоизменений рабочих поверхностей

Аналогичная картина наблюдается и на более твердых поверхностях, хотя и в несколько меньшей степени. На рис. 8 показано вызванное пластической деформацией изменение радиусов кривизны сферического образца с исходным радиусом 59 мм при сдавливании его с первоначально плоским образцом усилиями, создававшими расчетное напряжение в диапазоне $(\sigma_{z\,max})_р = 2940 \div 5395$ МПа. Твердость обоих образцов *HRC* 59. Кривая $(\sigma_{z\,max})_д / (\sigma_{z\,max})_р$ показывает отношение действительного напряжения, найденного для данной нагрузки с учетом формы поверхностей, к расчетному, полученному для исходной их формы.

В результате однократного сжатия плоского образца твердостью *HRC* 61 со сферой радиуса 65 мм и твердостью *HRC* 62 нагрузкой 110 850 Н ($\sigma_{z\,max} = 4150$ МПа) на плоской поверхности образовалась выемка с радиусом 344 мм (на двух третях хорды), а радиус сферической поверхности на соответствующем участке увеличился до 71,5 мм. Следовательно, максимальное контактное напряжение уменьшилось до

$$(\sigma_{z\,max})_д = 298{,}56 \sqrt[3]{P \left(\frac{R_1 - R_2}{R_1 R_2}\right)^2} = 3335 \text{ МПа},$$

т. е. на 20% в сравнении с расчетным.

Таблица 3

Параметры	Исходные значения	Число циклов нагружения			
		1	5	10	$2\cdot10^{5}$
$R_{2/3}$, мм	∞	395	376	350	327
$r_{2/3}$, мм	58,7	67,5	68,6	70,0	73,8
$(\sigma_{z\,max})_д$, МПа	4316	3740	3473	3375	3080
$(\sigma_{z\,max})_д/(\sigma_{z\,max})_р$	1	0,82	0,305	0,782	0,715

В количественном отношении основные необратимые формоизменения происходят при первых нескольких циклах нагружения, в дальнейшем этот процесс быстро затухает. В табл. 3 показана динамика этого явления для пары образцов с твердостью *HRC* 59, подвергнутых многократному сжатию усилием 110 850 Н. Как и в случае работы деталей в условиях локального пульсирующего нагружения, при взаимном обкатывании деталей под нагрузкой уже после первых нескольких циклов нагружения даже на поверхностях с высокой твердостью наблюдаются необратимые пластические формоизменения, которые существенно влияют на величину и распределение контактных напряжений. В ходе дальнейшей работы эти деформации накапливаются и к ним плюсуются изменения, вызванные неравномерным в пределах площадки контакта износом рабочих поверхностей. Вполне естественно, что это явление оказывает существенное влияние на нагрузочную способность и долговечность деталей, работающих в условиях контакта качения.

Сказанное может быть проиллюстрировано результатами следующих экспериментов [24]. На машинах типа МИД-5 испытывали при качении под нагрузкой цилиндрический каток диаметром 150 мм в паре с образцом, по форме близким к шару (радиус его в осевой плоскости был вследствие дефекта изготовления слегка больше радиуса в плоскости вращения). Испытания периодически прерывали, снимали профилограммы, рассчитывали кривизны на всей ширине следа качения r_1 и двух третях его $r_{2/3}$, а также подсчитывали значение $\sigma_{z\,max}$. Измерения образцов в плоскости качения с помощью микрометра не позволили уловить изменений их диаметров в сравнении с исходными значениями. Результаты испытаний представлены в табл. 4 и 5. Прямолинейная до обкатки образующая катка приобретает криволинейную форму. Кривизна ее непостоянна и увеличивается к середине дорожки качения, где напряжения наибольшие. Как и ранее, наблюдается тенденция к увеличению радиуса шара (в осевой его плоскости) с ростом количества циклов нагружения. Одновременно на катке образуется желоб, кривиз-

Таблица 4

Число циклов $1\cdot10^6$	r_1		$r_{2/3}$		$\sigma_{z\,max}$, МПа
	Шар ρ_{11}/ρ_{12}	Каток ρ_{21}/ρ_{22}	Шар ρ_{11}/ρ_{12}	Каток ρ_{21}/ρ_{22}	
0	17,01/15,9	∞/75	17,01/15,9	∞/75	4819
0,02	19,84/15,9	357,02/75	21,5/15,9	297,19/75	4642
0,52	18,34/15,9	376,41/75	22,44/15,9	265,79/75	4705
1,5	18,93/15,9	417,24/75	22,53/15,9	444/75	4667
3,52	19,13/15,9	565,04/76	22,02/15,9	474,02/75	4643

Таблица 5

Число циклов $1\cdot10^6$	r_1		$r_{2/3}$		a, мм	b, мм	$\sigma_{z\,max}$, МПа
	Шар ρ_{11}/ρ_{12}	Каток ρ_{21}/ρ_{22}	Шар ρ_{11}/ρ_{12}	Каток ρ_{21}/ρ_{22}			
0,	16,53/15,9	∞/75	16,53/15,9	∞/75	1,049	0,9005	4862
0,02	16,47/15,9	324,24/75	17,67/15,9	241,57/75	1,125	0,8788	4645
0,5	16,52/15,9	354,84/75	17,89/15,9	289,92/75	1,127	0,8776	4647

на которого в процессе испытаний также не остается постоянной. Несколько неожиданным здесь является увеличение радиуса желоба по мере продолжения испытаний, хотя в силу большей нагруженности средней части дорожки качения пластические деформации здесь должны были бы расти. Возможно, отчасти это имело место вследствие ошибки эксперимента, когда во время очередной установки катка (после снятия профилограммы) допускалось некоторое смещение его в осевом направлении. Однако, учитывая повторяемость результатов, а также то, что при использовавшейся системе контроля установки погрешность могла быть не более 0,03 мм, более вероятным является другое объяснение.

Основная доля пластического деформирования происходит при нескольких первых циклах нагружения. Так, в большинстве проводившихся опытов величина деформации (точнее, глубина лунки) при десятикратном нагружении составляла 80—85% от того уровня, которого она достигала при большом, порядка миллиона, числе циклов нагружения. Уменьшение в ходе испытаний кривизны желоба, накатанного на цилиндрическом катке, может быть объяснено следующим образом. Ресурс пластической податливости материала практически исчерпывается в начальный период работы, и дальнейшее формоизменение рабочих поверхностей протекает главным образом в результате

неравномерности их износа. Неравномерность износа по ширине дорожки качения возникает вследствие различия условий относительного движения сопряженных участков поверхностей, напряженности, смазки и аэрации в различных участках нагруженной зоны. При пульсирующем нагружении наибольший износ имеет место вблизи границы площадки контакта [11, 26]. Если это справедливо и для случая качения под нагрузкой, то после начального увеличения кривизны беговой дорожки на катке, вызванного пластическими деформациями, в дальнейшем происходит уменьшение этой кривизны вследствие более интенсивного износа боковых зон дорожки качения.

В работе [23] более подробно изложена методика учета изменения напряжений, вызванного необратимым формоизменением в процессе обкатки деталей.

В связи с рассмотренным явлением интересно упомянуть наблюдавшееся многими исследователями превышение действительной долговечности шарикоподшипников над расчетной, которое увеличивалось с ростом нагрузки. Так, например, при испытаниях В. П. Жевтуновым подшипников 307 на нагрузке 10 200 Н, что соответствовало $\sigma_{z\,max}=3414$ МПа, действительное число часов работы соответствовало расчетному. При увеличении же нагрузки до 13 730 Н действительная долговечность превысила расчетную на 70%, а при нагрузке 17 170 Н ($\sigma_{z max}=$ $=4060$ МПа) — на 130%. С позиций приведенных выше закономерностей это обстоятельство может быть истолковано следующим образом. Вследствие пластического деформирования профиль беговых дорожек шарикоподшипника в наиболее нагруженной зоне приобретает бóльшую кривизну по сравнению с начальной, прилегание рабочих поверхностей здесь становится более близким и напряжения вдоль большой оси площадки контакта распределяются более равномерно, а максимальное напряжение соответственно уменьшается, в результате чего и возрастает долговечность подшипника.

Однако при значительных временных перегрузках медленно вращающегося или же невращающегося (например, в процессе транспортирования) подшипника его рабочие поверхности деформируются резко неравномерно в направлении качения. Возникает так называемое «ложное бринелирование», которое увеличивает момент трения, вызывает повышенный шум и вибрации в опорах качения, существенно снижая их долговечность и эксплуатационные характеристики в целом. В этих случаях опору рассчитывают на статическую грузоподъемность, которая приведена в каталогах наряду с динамической грузоподъемностью. Под допускаемой статической нагрузкой принято понимать усилие, которое, будучи приложенным к невращающемуся подшипнику, не вызывает остаточных контактных деформаций, существенно влияющих на дальнейшую его работу.

Считается, что общая остаточная деформация на контакти-

рующих поверхностях беговой дорожки и тела качения не должна превышать 0,0001 диаметра тела качения, причем около $^2/_3$ этой деформации приходится на кольцо подшипника. Условность такой нормы очевидна.

Принято считать, что пластическое деформирование в опорах качения наступает в тот момент, когда максимальное контактное напряжение становится выше предела упругости.

Если максимальное контактное напряжение при этом лишь незначительно больше предела упругости материала, происходит ограниченное пластическое деформирование, так как одновременно протекает упрочнение материала. При каждом последующем приложении нагрузки той же величины прирост деформации будет уменьшаться до тех пор, пока упрочнение материала не достигнет уровня, на котором течение не прекращается вообще. Это явление получило название «упругой приспособляемости» [45] и имеет место в тех случаях, когда $\sigma_{z\,max}$ меньше «предела приспособляемости» σ_{SL}. Если приложенная к подшипнику нагрузка такова, что на протяжении всего периода работы $\sigma_{z\,max} > \sigma_{SL}$, то при каждом последующем нагружении происходит увеличение пластической деформации, что в конечном счете ведет к разрушению подшипника. Для обычно применяемых подшипниковых сталей с твердостью *HRC* 62—63 принимают $\sigma_{SL} = 4900$ МПа. Согласно некоторым рекомендациям во избежание существенных пластических деформаций величина σ_{SL} в шариковых подшипниках не должна превышать 3900 МПа, а в роликовых — 2950 МПа [26].

А. Пальмгреном [25] предложены следующие зависимости для определения общей величины остаточной деформации при контактном нагружении тел с твердостью *HRC* 63,5—65,5:

$$\delta_q = 1{,}25 \cdot 10^{-7} \frac{P^2}{d} (\rho_{11} + \rho_{12})(\rho_{21} + \rho_{22}), \text{ мм.}$$

Здесь P — нагрузка на поверхности контакта, Н; d — диаметр тела качения, мм; ρ_{11}, ρ_{12}, ρ_{21} и ρ_{22} — главные кривизны в точке касания тел, мм$^{-1}$.

При линейном контакте остаточные деформации у концов полоски контакта больше, чем посредине, даже в случае идеально точных рабочих поверхностей и равномерном нагружении ролика по его длине [4]. Если ширина опорной поверхности превышает длину ролика, то общая остаточная деформация вблизи концов площадки контакта

$$\delta_q = \frac{2 \cdot 10^{-11}}{\sqrt{d}} \left(\frac{P}{l} \sqrt{\rho_1 + \rho_2} \right)^3, \text{ мм,}$$

где l — рабочая длина ролика, мм; ρ_1, ρ_2 — главные кривизны тел 1 и 2, мм$^{-1}$ [25].

Большая часть общей деформации (около 2/3) приходится на кольцо подшипника.

Как свидетельствуют экспериментальные данные, первые остаточные деформации, несоизмеримые с деформацией микронеровностей, появляются на поверхностях деталей с твердостью *HRC* 61—62 уже при напряжениях $\sigma_{z\,max}=2950$ МПа [24].

Величина остаточной деформации на поверхности плоской детали при сжатии ее с шаром может быть выражена зависимостью

$$\delta = 5{,}6\cdot 10^{-20} d\sigma_{z\,max}^{4,15},\ \text{мм}.$$

Здесь диаметр шара d, мм, $\sigma_{z\,max}$, МПа. Формула проверена для $\sigma_{z\,max}=3430\div5400$ МПа, однако зависимость вида $\delta = k\sigma_{z\,max}^m$, где k — некоторая постоянная для заданных условий величина, а показатель степени $m=4{,}15\div4{,}5$, остается справедливой при расчетных значениях $\sigma_{z\,max}$ до 9800 МПа, о чем свидетельствует обработка результатов экспериментов, приведенных Штрибеком.

Для условий линейного контакта закаленных деталей из стали ШХ15 в работе [14] предлагается зависимость

$$\delta = 6\cdot 10^{-11} d^{1,07}(\sigma_{z\,max}-\sigma_{\text{тк}})^{2,67},$$

где δ — глубина остаточной деформации, мм; d — диаметр ролика, мм; $\sigma_{z\,max}$ — максимальное контактное напряжение, МПа; $\sigma_{\text{тк}}$ — предел текучести в условиях контактного нагружения, для данных условий равный 1910 МПа.

С уменьшением твердости деформация существенно возрастает: на деталях с твердостью *HRC* 57—58 — на 20—25%, а при падении твердости до *HRC* 54—55 глубина лунки увеличивается в 2—3 раза [по данным, полученным в Государственном научно-исследовательском институте машиноведения (ГОСНИИМаш).

Наибольшее деформирование поверхности детали происходит в начальный период работы. При первом нагружении величина деформации составляет 50—70% от того ее уровня, которого она достигает после весьма длительной (около миллиона циклов) работы, а при десятикратном нагружении деформация доходит до 80—90% этого уровня. Поскольку влияние остаточных контактных деформаций в большинстве случаев является отрицательным, быстрое их затухание имеет большой практический интерес. Если рабочие поверхности деталей перед окончательной сборкой подвергнуть кратковременной обкатке при напряжениях, несколько превышающих максимальные ожидаемые рабочие, то поверхностными слоями металла в течение нескольких десятков циклов такого предварительного нагруже-

ния будет фактически выбран ресурс начальной пластической деформируемости при рабочих напряжениях, который составляет основную часть общей деформации при большом числе циклов нагружения. В этом случае дальнейшая работа правильно собранного узла будет сопровождаться не столь существенным приращением местных остаточных деформаций, приводящих либо к чрезмерному увеличению зазора, либо к бринелированию. Накопление деформации с числом циклов нагружения будет тем больше, чем мягче материал [24].

Продолжительность времени статического нагружения весьма незначительно влияет на величину остаточной деформации рабочих участков сжимаемых стальных деталей с твердостью *HRC* 60—62. Так, в течение первых 3—5 с пребывания под статической нагрузкой пластическая деформация достигает 80—90% той ее величины, которую она приобретает после нахождения деталей под нагрузкой на протяжении нескольких часов. Но в результате повторного нагружения деформация заметно увеличивается.

При проведении испытаний материалов на статическую грузоподъемность необходимо уделить особое внимание следующим факторам.

1. Исходную форму рабочих поверхностей следует выбирать по возможности простой и удобной как для начального ее контроля, так и для снятия и чтения профилограмм. С этой точки зрения наиболее приемлемым является сочетание сфера — плоскость, при котором в качестве одного из образцов можно использовать шарик от соответствующего стандартного подшипника, плоскую же поверхность второго образца доводят на плите и контролируют «на отсвет» без применения специальных приборов.

2. Шероховатость поверхности должна быть не ниже $Ra = 0{,}32$ мкм по ГОСТ 2789—73 во избежание чрезмерного фона на профилограммах.

3. Отклонение твердости лишь в исключительных случаях может доходить до полутора единиц шкалы Роквелла.

4. Соблюдение стабильности условий нагружения (скорости нагружения, времени выдержки под нагрузкой) имеет тем большее значение, чем мягче материал. Так, например, увеличение времени нахождения под нагрузкой от 5 с до 1 мин дало увеличение глубины лунки на поверхности с твердостью *HRC* 61—62 от 3,9 до 4,15 мкм, а на поверхности с твердостью *HRC* 47—48 — от 29,5 до 34 мкм [24].

5. Влияние изгибных деформаций образцов и подложки при нагружении должно быть сведено до минимума.

6. Профилограммы желательно снимать по прошествии некоторого времени (1—2 ч) после разгружения во избежание влияния релаксации.

Глава 4

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ МЕТОДИКИ ИСПЫТАНИЙ НА КОНТАКТНУЮ УСТАЛОСТЬ

До 1972 г. в нашей стране отсутствовали нормальные межотраслевые документы по методам испытаний металлов и сплавов на контактную усталость. Большинство работ, посвященных проблеме контактной усталости, носили исследовательский характер. Имелось ограниченное число исследований, в которых рассматривались вопросы методологии проведения испытаний на контактную усталость материалов. Эти исследования имели узкоспециализированный характер. Отсутствие методических разработок по испытаниям на контактную усталость делало невозможным проводить на современном уровне исследования по данной проблеме, характеристики сопротивления контактно-усталостному разрушению, получаемые в различных отраслях промышленности, были несопоставимы. Эти обстоятельства значительно затрудняли, а в ряде случаев делали невозможным решение следующих задач:

— проводить оперативный контроль качества материалов с целью оценки стабильности технологических процессов;

— оптимизировать материалы и качество поверхностного слоя по критерию контактной усталости;

— разрабатывать рекомендации, обосновывающие выбор условий и режимов нагружения деталей, работающих при контактном нагружении;

— проводить уже на стадии проектирования ресурсные расчеты деталей машин.

Для решения этой проблемы ВНИИНМАШ совместно с ГОСНИИМАШем, ЦНИИ МПС и ВНИППом разработали межотраслевые методические указания [22], в основу которых были положены обобщения экспериментально-теоретических работ советских и зарубежных исследователей, а также некоторые нормативно-технические документы по усталости и статистической оценке результатов испытаний. Кроме того, при разработке методических указаний был проведен комплекс специальных, в основном, экспериментальных исследований, позволяющий оценить правомерность полученных обобщений и уточнить ряд положений методических указаний. Данный документ был успешно внедрен в ряде организаций страны. Однако со времени разработки этого документа появился ряд новых исследований, в которых природа и механизм контактно-усталостного разрушения изучались в механическом, физическом и химическом аспектах, совершенствовались испытательное оборудование, аппаратура и методики испытаний материалов на контактную усталость. Это позволило ВНИИНМАШ совместно с названными выше институтами и МВТУ им. Баумана разрабо-

тать в 1978 г. межотраслевой стандарт [10]. В данной главе будут рассмотрены наиболее важные вопросы стандартной методики испытаний металлов и сплавов на контактную усталость.

В зависимости от цели испытаний, оборудования и требований, предъявляемых к точности получаемых результатов, в соответствии с принятой стандартом терминологией [9], испытания на контактную усталость можно классифицировать на следующие виды: контрольные испытания качества металла, проводимые на стадиях входного, приемочного, выборочного и других видов контроля; сравнительные испытания металлов, проводимые на двух и более партиях обязательно в идентичных условиях, для сравнения различных конструктивно-технологических решений; определительные испытания, проводимые для оценки характеристик контактной усталости с заданными значениями точности и доверительной вероятности; исследовательские испытания, проводимые для решения ряда задач, связанных с контактно-усталостными свойствами металла, и для исследования смежных явлений, сопутствующих процессу контактной усталости. При первых трех видах испытаний регламентируются испытательное оборудование, форма и размеры образцов и контртел, условия испытаний, методика проведения испытаний и обработки результатов [10]. Методика проведения исследовательских испытаний строго не регламентируется [10].

Стандартом [10] при этих видах испытаний предусматривается получение следующих характеристик: построение кривой контактной усталости и определение предела контактной выносливости при ограниченном объеме партии; оценка параметров функции распределения ресурса и предела контактной выносливости; построение группы кривых контактной усталости по параметру вероятности разрушения.

Вопросы получения этих характеристик изложены в гл. 5.

1. Схемы нагружения, стенды и аппаратура для испытаний металлов на контактную усталость

Разнообразие задач, решаемых при испытаниях на контактную усталость, разнородность объектов испытаний, схем нагружения, различия в воспроизводимых режимах нагружения и условиях испытаний — все эти обстоятельства обусловили многообразие схем нагружения и арсенала оборудования и аппаратуры для испытаний материалов на контактную усталость.

Наиболее типовыми в практике испытаний металлов на контактную усталость являются схемы нагружения, моделирующие процессы качения, а также схема «пульсирующий контакт». Выбор схемы нагружения определяется задачами исследования. При выбранной схеме нагружения в образце должно как можно лучше моделироваться напряженно-деформированное состояние детали. Например, если необходимо оценить контактно-уста-

лостные характеристики рельсовых сталей, то рационально использовать схему нагружения «качение с внешней касательной нагрузкой», а не схему «качение без проскальзывания». При моделировании условий работы роликового подшипника целесообразно использовать схему «качение без проскальзывания», а шарикового — или «качение с проскальзыванием», или «качение с внешней касательной нагрузкой». Стенды для испытаний на контактную усталость будем классифицировать по схемам нагружения.

Схема нагружения «качение без проскальзывания». Конструкции стендов этой группы весьма разнообразны. Распространена схема обкатывания плоского образца шариками (рис. 9, *а*) и четырех- или пятишариковая схема нагружения (рис. 9, *б*). По схеме, приведенной на рис. 9, работает девятипозиционная машина конструкции ВНИПП. Из иностранных конструкций известна машина АО, применяемая на фирме СКФ (Швеция) и ее филиалах. К недостатку этих схем нагружения относится невозможность воспроизведения чистого качения и неопределенность величины проскальзывания. Наибольшее распространение в практике испытаний на контактную усталость получила схема обкатывания образца между двумя или тремя контртелами (рис. 10). По этой схеме работают стенды типа МКВ-К конструкции ВНИПП, типа МИД конструкции С. Пинегина, конструкции ПКБЦНИИМПС.

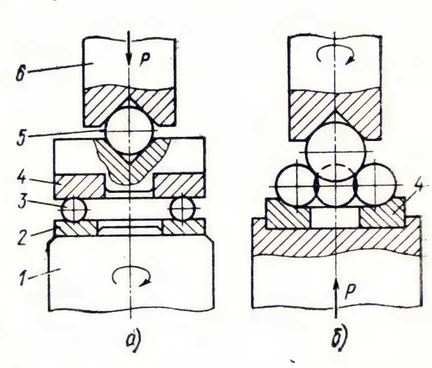


Рис. 9. Схема обкатывания шариками образца:

а — плоского; *б* — с желобом (пятишариковая схема нагружения); *1* — приводной вал; *2* — кольцо упорного подшипника; *3* — шарики; *4* — образец; *5* — шаровая опора; *6* — нажимной вал

Анализируя технические данные, достоинства и недостатки стендов данной группы, можно сделать вывод, что наиболее перспективным является стенд типа МКВ-К. Достоинством данного стенда является высокая в сравнении с другими стендами частота нагружения образца ($f = 1000$ Гц); оснащенность аппаратурой, фиксирующей момент разрушения образца [10], принцип действия которой заключается в преобразовании вибраций, возникающих от питтинга, в электрические сигналы. При разрушении образца (появлении питтинга определенной величины) аппаратура, воздействуя на электрическую схему, автоматически выключает машину. Аппаратуру можно настраивать на различные величины выкрашиваний. К тому же стенд имеет высокие точностные характеристики и оснащен рядом приспособлений для оценки работоспособности стенда (проверка точ-

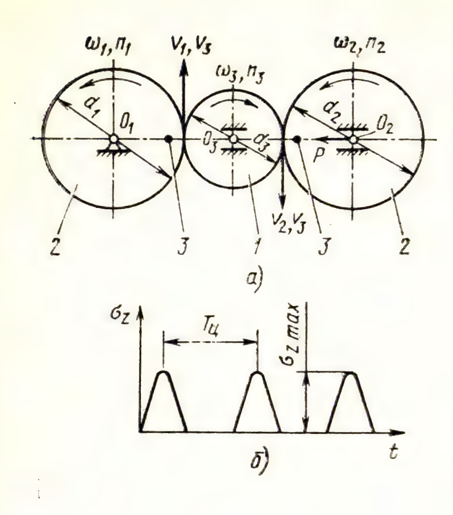


Рис. 10. Схема нагружения (обкатывание образца между двумя контртелами):

а — схема нагружения; *б* — цикл напряжений; *1* — образец; *2* — контртела; *3* — приводные элементы; $T_ц$ — период цикла;

$$\lambda_{c_3} = \frac{v_3 - v_1}{v_1} = \frac{v_3 - v_2}{v_3} = 0 -$$

— относительная величина проскальзывания;

$$d_1 = d_2;\ n_1 = n_2;\ v_1 = v_2 = v_3 = \frac{\pi d_1 n_1}{1000 \cdot 60};$$

$$\omega_1 = \frac{\pi n_1}{30};\quad \omega_2 = \frac{\pi n_2}{30};\quad \omega_3 = \frac{\omega_1 d_1}{d_3} = \frac{\omega_2 d_2}{d_3};$$

d_1, d_2, d_3 — диаметры рабочей части контртел и образца, мм; n_1, n_2, n_3 — скорости вращения контртел и образца, мин$^{-1}$, ω_1, ω_2, ω_3 — угловые скорости контртел и образца, рад/с; v_1, v_2, v_3 — окружные скорости рабочей части контртел и образца, м/с

ности установки образца и контртел, проверка силонагружающего устройства и т. д.). Основными недостатками стенда типа МКВ-К являются: невозможность (при постоянной форме и размерах образца) проводить испытания в широком диапазоне частот нагружения. Модернизация электропривода стенда может полностью исключить этот важный недостаток и при этом резко снизит кратковременные перегрузки в зоне контакта образца при пусках и остановах стенда. В этом случае целесообразно применить электродвигатель постоянного тока, управляемый тиристорным преобразователем. Другим недостатком является ограниченность верхнего диапазона задаваемых нормальных нагрузок (~2000 Н). При модернизации этот недостаток можно устранить, применив более совершенную систему нагружения, например гидростатическую, вместо пружинно-рычажной системы, применяемой в настоящее время. В стандарте [10] стенд МКВ-К регламентирован как базовый при проведении контрольных сравнительных и определительных испытаний образцов металлов по схеме «качение без проскальзывания».

Схема нагружения «качение с постоянным проскальзыванием». Конструкции стендов данной группы описаны в работе [37]. Наибольшее применение они получили при оценке контактно-усталостных характеристик материалов для зубчатых колес. Стенды этой группы по ряду технических параметров не отвечают требованиям, предъявляемым к методике проведения испытаний на контактную усталость (невысокая частота нагружения образца, отсутствует аппаратура для фиксации момента выкрашивания, низкие точностные характеристики). Одна из типовых схем нагружения приведена на рис. 11. Серийная ма-

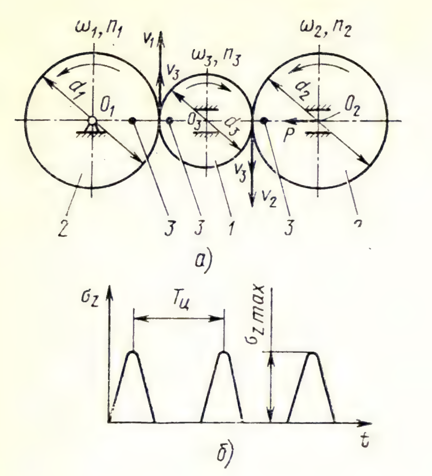


Рис. 11. Схема нагружения «качение с проскальзыванием»:

а — схема нагружения; *б* — цикл напряжений; *1* — образец; *2* — контртела; *3* — приводные элементы; $T_ц$ — период цикла;

$$\lambda_{c_3} = \frac{v_3 - v_1}{v_3} = \frac{v_3 - v_2}{v_3} \neq 0; \quad d_1 = d_2;$$

$$n_1 = n_2; \quad \omega_1 = \omega_2; \quad v_1 = v_2;$$

$$\omega_3 = \frac{\omega_1 d_1}{(1 - \lambda_{c_3})\, d_3} = \frac{\omega_2 d_2}{(1 - \lambda_{c_3})\, d_3};$$

$$n_3 = \frac{30 \omega_2 d_2}{\pi (1 - \lambda_{c_3})}; \quad v_3 = \frac{\omega_3 d_3}{d_2}$$

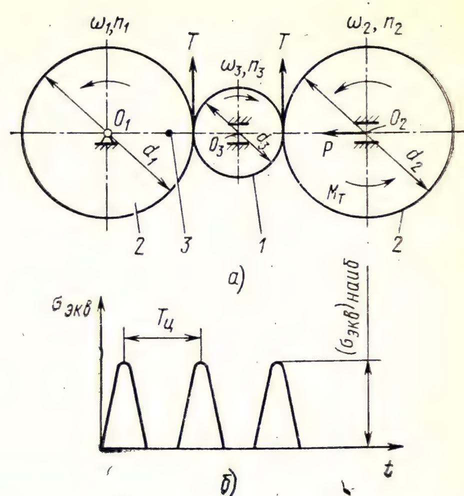


Рис. 12. Схема нагружения «качение с внешней касательной нагрузкой»:

а — схема нагружения; *б* — цикл напряжений; *1* — образец; *2* — контртела; *3* — приводной элемент; $T_ц$ — период цикла; $d_1 = d_2$; $M_т = T \frac{d}{2}$ — тормозной момент; T — касательная нагрузка

шина типа СМЦ-2 Ивановского завода испытательных приборов регламентирована в стандарте [10] при проведении испытаний металлов по этой схеме.

Схема нагружения «качение с внешней касательной нагрузкой (рис. 12). Схема весьма перспективна при оценке контактной выносливости материалов для тяжелонагруженных подшипников качения, рельсов, различных валков, работающих с наличием значительных тангенциальных усилий, и ряда других деталей.

В СССР имеется ограниченное число конструкций стендов, моделирующих эту схему нагружения [29]. Эти стенды по ряду причин не могли являться объектами стандартизации. Вследствие этого, а также с целью унификации испытательного оборудования схема «качение с внешней касательной нагрузкой» была разработана так, чтобы ее можно было реализовать на одной из серийных испытательных машин. Во ВНИИНМАШе был модернизирован стенд типа МКВ-К. Коротко остановимся на модернизации этого стенда. Его кинематическая схема при-

ведена на рис. 13. Испытания производят обкаткой образца между двумя контртелами по принципу фрикционной передачи с двухцикличным нагружением за один оборот образца. Вращение ведущего контртела *1,* образца *2,* ведомого контртела *3* осуществляется от электродвигателя переменного тока *10* через клиноременную передачу *9.* Нормальная нагрузка *P* задается пружинным механизмом *4.* Касательная нагрузка *T* в зоне кон-

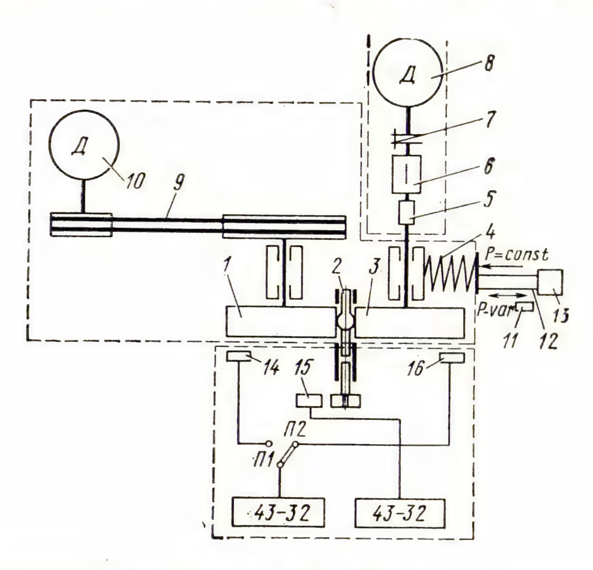


Рис. 13. Кинематическая схема стенда МКВ-К:

1 — ведущее контртело; *2* — образец; *3* — ведомое контртело; *4* — пружинный механизм; *5* — тензометрическая балочка; *6* — токосъемник; *7* — упругая втулочно-пальцевая муфта; *8* — электродвигатель постоянного тока; *9* — клиноременная передача; *10* — электродвигатель переменного тока; *11* — датчик перемещений; *12* — шток электрогидравлического усилителя; *13* — электрогидравлический усилитель; *14, 15, 16* — индуктивные датчики ведущего и ведомого контртел и образца соответственно

такта образца моделируется торможением ведомого контртела от электродвигателя постоянного тока *8,* работающего в режиме динамического торможения. Задание различных значений касательных нагрузок *T* достигается изменением тока в обмотке возбуждения электродвигателя постоянного тока.

Передача тормозного момента от электродвигателя постоянного тока к валу ведомого контртела осуществляется через упругую втулочно-пальцевую муфту *7.* Устройство, измеряющее касательную нагрузку *T,* встроено между валом ведомого контртела и электродвигателем постоянного тока и включает в себя тензометрическую балочку *5* с двумя наклеенными тензодатчиками и токосъемник с ртутным контактом *6.* При передаче тормозного момента от электродвигателя постоянного тока тензометрическая балочка деформируется, и от тензодатчиков через

токосъемник выдается сигнал, регистрируемый универсальным измерительным устройством (например, типа ИМ-111, фирма RFT, ГДР).

В процессе испытаний на стенде можно измерять величину проскальзывания между образцом и контртелами (см. рис. 13). Измерение величины проскальзывания сводится, по существу, к измерению линейных скоростей, которые, в свою очередь, обратно пропорциональны периодам вращения образца и контртел. Применение электронно-счетных частотомеров (например, типа 43-22), обеспечивающих высокую точность измерения времени, позволяет добиться высокой точности измерения коэффициента проскальзывания. С индуктивных датчиков *14—16*, питаемых от источника постоянного напряжения, импульсы поступают на электронно-счетные частотомеры, работающие в режиме измерения периода. Коэффициент проскальзывания

$$\lambda = 1 - i\frac{T_1}{T_2},$$

где $i = \frac{D_2}{D_1}$, T_1 и T_2 — периоды следования импульсов от датчиков *14* и *15* (или *16* и *15*) соответственно; D_1 и D_2 — диаметры ведущего (или ведомого) контртела и образца соответственно.

В положении переключателя (*П1*) измеряют коэффициент проскальзывания между ведущим контртелом и образцом, в положении *П2* — между образцом и ведомым контртелом. Корпуса датчиков *14*, *16* крепят неподвижно на стенде, а ферритовые пластины, возбуждающие импульсы в обмотках при пересечении ими магнитных полей датчиков, закреплены на вращающихся контртелах. Импульсы в датчике *15* возбуждаются стальным диском с пазом, посаженным на вал и запрессованным вместе с испытуемым образцом в подшипник. Режим работы электронно-счетных частотомеров автоматический. Если постановка работы допускает поочередное измерение периодов, то с помощью переключателя можно ограничиться одним частотомером.

Схема нагружения «пульсирующий контакт» (рис. 14). При пульсирующем контакте моделируется работа материала при регулярных законах нагружения. Испытания по этой схеме проводят в основном при синусоидальном законе нагружения. При условии обеспечения достаточно высокой частоты (500—1000 Гц) эта схема может быть реализована на электродинамических, электрогидравлических, магнитострикционных и других усталостных установках. В настоящее время испытания образцов по схеме «пульсирующий контакт» распространены значительно меньше в сравнении с испытаниями, проводимыми по схемам качения. По нашему мнению, в дальнейшем эта тенденция должна измениться. Уже сейчас реализация этой схемы на современных испытательных машинах фирм «Инстрон», Англия,

«Материал Тест Системс» США и др. в сочетании их с аналоговой или с цифровой вычислительной техникой позволит воспроизводить по этой схеме не только регулярное нагружение, но и периодическое, характерное для всех процессов качения. При этом периодическое нагружение можно моделировать при различных формах и скважностях цикла как с помощью специальных генераторов, так и с магнитной ленты. Такое моделирование может быть весьма перспективно при исследовании влияния на контактно-усталостную прочность таких малоизученных факторов, как вид напряженного состояния, градиент изменения напряжений в зоне контакта, пластическая деформация и место расположения первичных микро- и макротрещин, форма и размеры площадки контакта, продолжительность «отдыха» и пребывания площадки контакта под нагрузкой и др.

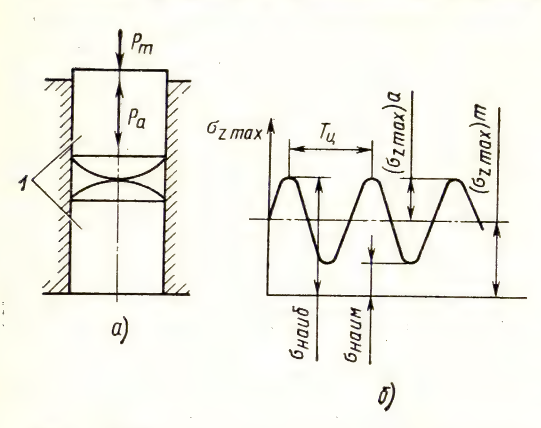


Рис. 14. Схема нагружения «пульсирующий контакт»:

а — схема нагружения; *б* — цикл напряжений; *1* — образцы; $T_ц$ — период цикла

Рассмотренные выше стенды позволяют проводить испытания на контактную усталость при нормальных условиях окружающей среды. С появлением новых материалов, работающих при экстремальных условиях окружающей среды (низкие климатические и криогенные температуры, вакуум, различные агрессивные среды и т. д.), в последнее время разработан ряд новых испытательных машин, моделирующих эти экстремальные условия. Так, в Запорожском машиностроительном институте модернизирована испытательная машина МКВ-К, позволяющая исследовать контактно-усталостную прочность материалов в условиях нормальных и повышенных (до 400° С) температур при различных скоростях. Во Львовском институте механики АН УССР разработан стенд для проведения ресурсных испытаний на контактную усталость при переменных режимах нагружения и при воздействии агрессивных сред.

2. Стенды и аппаратура для испытаний на контактную усталость материалов переменными нагрузками

Актуальность исследования закономерностей накопления усталостных повреждений в металлах при воздействии пере-

менных нагрузок является общепризнанной [3, 8]. Отечественные серийные стенды для испытаний на контактную усталость позволяют проводить ресурсные испытания материалов только при постоянных (схемы качения) или гармонических нагрузках (пульсирующий контакт). Комплекс исследований впервые был проведен на кафедре «Детали машин» МВТУ им. Баумана. Была изготовлена роликовая машина с принудительным про-

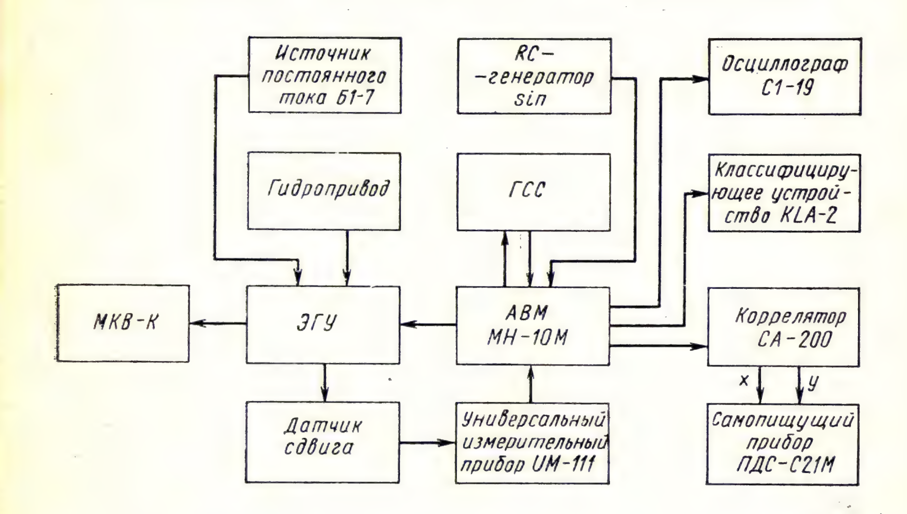


Рис. 15. Блок-схема электрогидравлического стенда для испытаний образцов металлов на контактную усталость случайными нагрузками

скальзыванием и программным нагружением. При этом нагрузка в зоне контакта меняется непрерывно в соответствии с профилем кулачка. Многообразие силовых воздействий сведено к четырем типовым режимам нагружения. Во ВНИИНМАШе на базе машины МКВ-К разработан стенд для испытания образцов металлов на контактную усталость стационарными случайными нагрузками инфранизкого диапазона частот. Выбор такого режима связан с тем, что он характерен для широкого класса машин и механизмов. Блок-схема стенда приведена на рис. 15.

Гидропривод (рис. 16) обеспечивает подачу рабочей жидкости под высоким постоянным давлением (до 21 МПа) в электрогидравлический усилитель (ЭГУ), который передает через силовой шток и пружинный механизм переменную нагрузку в зону контакта образца.

Генератор случайных сигналов (ГСС) конструировали так, чтобы обеспечить на силовом штоке (ЭГУ) усилия с нормальным законом распределения мгновенных значений нагрузок и максимумом спектральной плотности мощности нагрузки, сосредото-

ченной в диапазоне частот 1 Гц. Разработанный генератор вырабатывал случайную последовательность, из которой ЭГУ, выполнявший роль электромеханического фильтра, выделял и отрабатывал случайный сигнал с требуемыми статистическими характеристиками. В настоящее время все большее применение находят математические принципы реализации случайных сигналов. Это предполагает оснащение стендов управляющими

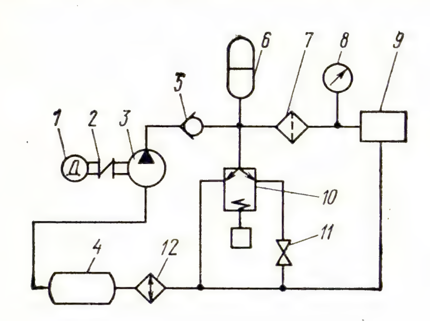


Рис. 16. Гидропривод:

1 — электродвигатель; *2* — упругая втулочно-пальцевая муфта; *3* — гидронасос; *4* — гидробак; *6* — обратный клапан; *6* — гидроаккумулятор; *7* — фильтр; *8* — манометр; *9* — электрогидравлический усилитель; *10* — радиатор; *11* — предохранительный клапан; *12* — вентиль перепуска 9-ЭГУ

ЭВМ, работающими в реальном масштабе времени и вырабатывающими случайный сигнал с требуемыми статистическими характеристиками. Этот перспективный путь развития испытательного оборудования найдет широкое применение в будущем.

Управление ЭГУ осуществляется аналоговой вычислительной машиной (АВМ) типа МН-10М. Управляющий случайный сигнал от генератора поступает на аналоговую вычислительную машину и далее на управляющую обмотку ЭГУ. Датчик сдвига механически связан с силовым штоком ЭГУ и совместно с универсальным измерительным прибором типа ИМ-111 вырабатывает электрический сигнал, пропорциональный перемещению (усилию) силового штока ЭГУ. Этот сигнал преобразуется в АВМ и поступает в обмотку обратной связи ЭГУ для стабилизации работы ЭГУ, а также на приборы контроля режима нагружения (классифицирующее устройство KLA-2, коррелятор СА-200, двухкоординатный самопишущий прибор ПДС-021М, осциллограф С1-19). На АВМ также набрана схема вычисления дисперсии нагрузки на штоке ЭГУ.

Аппаратура контроля и статистической обработки режима нагружения. Проведение испытаний случайными нагрузками требует привлечения специальной аппаратуры для анализа статистических параметров режима нагружения. Индуктивный датчик сдвига типа IWT (Нар. Предпр. FWD, ГДР) в комплексе с универсальным измерительным прибором ИМ-111 (фирма RFT, ГДР) регистрирует перемещение силового штока ЭГУ, пропорциональное нагрузке в зоне контакта. Осциллограф С1-19 предназначен для визуального наблюдения за режимом нагру-

жения и отладки стенда при испытаниях гармонической нагрузкой. Классифицирующее устройство KLA-2 используется для получения гистограммы распределения плотности вероятности мгновенных значений нагрузки на штоке ЭГУ. На рис. 17 приведена одна из таких гистограмм. Коррелятор CA-200 вычисляет по точкам корреляционную функцию режима нагружения выборкой 800 отсчетов.

Практика длительной эксплуатации испытательного стенда показала его высокую надежность.

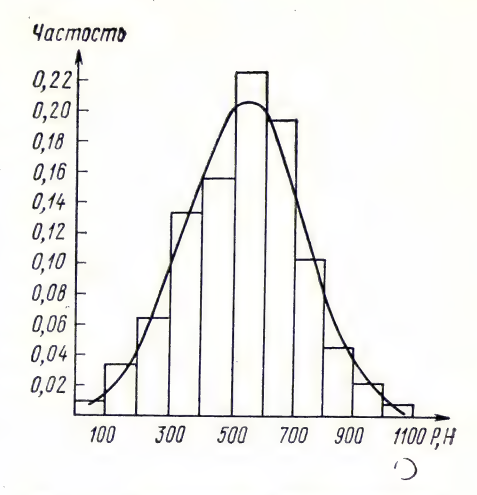


Рис. 17. Гистограмма распределения плотности вероятности мгновенных значений нагрузки на штоке ЭГУ

3. Критерий эквивалентности напряжений

Одной из основных задач, решаемых на стадиях расчета и испытаний материалов и деталей машин, работающих при контактном нагружении, является выбор наиболее опасных напряжений, ответственных за накопление и развитие усталостных повреждений. Так как при контактном нагружении материал в зоне контакта находится в сложнонапряженном состоянии, то для оценки сопротивления разрушению необходимо использовать критерий эквивалентности (эквивалентное напряжение $\sigma_{экв}$), основанный на определенных гипотезах в отношении строения материала и кинетики его разрушения. Традиционно сложилось так, что вне зависимости от того, имеются или отсутствуют касательные нагрузки в зоне контакта, в нормативно-технической документации по методам расчетов и испытаний регламентируется методика определения напряжений по формулам Герца — Беляева, при этом в качестве эквивалентного напряжения принимают или максимальное нормальное напряжение $\sigma_{z\,max}$ в центре пятна контакта, или максимальное касательное напряжение τ_{max} под поверхностью контакта.

Рассмотрим наиболее простой случай, когда в зоне контакта действуют только нормальные нагрузки (например, по схемам нагружения «качение без проскальзывания» и «пульсирующий контакт»). Здесь проведение расчета и построение кривой контактной усталости по формулам Герца — Беляева достаточно корректно, однако совершенно очевидно, что критерии эквивалентности $\sigma_{z\,max}$ и τ_{max} неправомерны, хотя их и можно обосновать формально. Так, критерий $\sigma_{z\,max}$ неправомерен потому, что, как показывают расчеты [17], опасная по напряжениям точка

находится не в центре пятна контакта, где действует напряжение $\sigma_{z\,max}$ и материал находится в условиях трехосного сжатия, а на концах полуосей пятна контакта, где $\sigma_1=\sigma_y$, $\sigma_2=\sigma_z=0$, $\sigma_3=-\sigma_x$. Это положение достаточно хорошо согласуется с многочисленными экспериментальными данными, приведенными на схеме нагружения «пульсирующий контакт». При этом показано, что характерным является разрушение в виде кольцевых контурных трещин, ни в одном случае разрушений в центре пятна не наблюдалось. В ряде работ также показано, что напряжения τ_{max} не являются единственными и безусловными инициаторами усталостных разрушений под поверхностью контакта. Формальное обоснование применения критериев $\sigma_{z\,max}$ и τ_{max} состоит в том, что при воздействии на зону контакта только нормальных нагрузок линейно взаимосвязаны эквивалентные напряжения (рассчитываемые по любой теории прочности и для любой точки на площадке контакта), напряжения на концах полуосей, в центре площадки и на некоторой глубине под поверхностью.

Вследствие линейной взаимосвязи между напряжениями конечный результат исследования не будет зависеть от выбора опасной точки и вида напряжения, используемого при расчетах или интерпретации результатов контактно-усталостных испытаний (например, при построении кривой контактной усталости). Рассмотрим случай, когда в зоне контакта кроме нормальных действуют также касательные нагрузки (такой характер приложения нагрузок на зону контакта имеет схема нагружения «качение с внешней касательной нагрузкой»).

Задачи о распределении напряжений и деформаций с учетом сил трения в зоне контакта рассмотрены в работах советских и зарубежных исследователей, например [16, 17, 29]. При этом расчет напряжений (σ_x, σ_y, σ_z) в различных точках при круговой и эллиптической площадках контакта регламентирован в работе М. В. Коровчинского [17] и приведен в гл. 2. Расчет напряжений для контакта по полоске приведен в работе М. М. Саверина [34]. Из этих расчетов следует, что касательная нагрузка, суммируясь с нормальной, значительно увеличивает напряжения в ряде точек площадки контакта. Также имеет место значительная нелинейность соотношений между напряжениями на концах полуосей, в центре и на глубине площадки. Совершенно очевидно, что при такой нелинейной взаимосвязи между напряжениями использование напряжений $\sigma_{z\,max}$ или τ_{max} в качестве критерия эквивалентности неправомерно (например, с использованием напряжений $\sigma_{z\,max}$ или τ_{max} нельзя построить кривую контактной усталости материала при схеме «качение с внешней касательной нагрузкой»). В таком случае эквивалентные напряжения следует рассчитывать по одной из теорий прочности, применимой к контактному нагружению. М. С. Савериным [34] анализировались теории прочности, при

этом рекомендуется использовать при расчетах и испытаниях на контактную усталость теорию энергии формоизменения. В работе С. В. Пинегина и др. [29] описан стенд, аппаратура и методика испытаний на контактную усталость образцов при воздействии нормальной и касательной нагрузок. При этом показано достаточно хорошее совпадение эксперимента с расчетом по теории максимальных нормальных напряжений (эксперимент проводили на образцах из стали ШХ15). С целью разработки стандарта [10] и вследствие малоизученности данного вопроса во ВНИИНМАШе проведены исследования по выбору критерия эквивалентности при контактном нагружении.

Порядок проведения исследования состоял в следующем.

1. Был разработан испытательный стенд, моделирующий схему нагружения «качение с внешней касательной нагрузкой». В качестве объектов исследования выбраны образцы, изготовленные из двух марок сталей, контрастных по механическим характеристикам: стали ШХ15 и 75ХГСТ. Образцы каждой марки стали испытывали в статистическом аспекте на шести-семи различных режимах нагружения и результаты подвергали статистической обработке. Далее рассчитывали напряженное состояние в зоне контакта с применением решения задачи М. В. Коровчинского для каждого режима нагружения и выбирали опасную по напряжению точку на площадке контакта. Рассчитывали эквивалентные напряжения по нескольким теориям прочности для опасной точки для каждого режима нагружения. Методом регрессионного анализа аналитически описывали кривую контактной усталости для каждой теории прочности и проверяли адекватность этих кривых. При этом уравнения кривых контактной усталости аппроксимировали степенной и экспоненциальной зависимостями (т. е. для оценки применимости каждой теории прочности строили две кривые контактной усталости). Более подробное описание проведения исследований на образцах из стали ШХ15 приведено ниже.

2. Используемое оборудование — машина типа МКВ-К, позволяющая проводить испытания при различных сочетаниях нормальной и касательной нагрузок (см. гл. 4, п. 1).

3. Методы отбора образцов соответствовали разд. 4 стандарта [10]. Рабочая часть образцов — сфера диаметром 6 мм. Контртело — цилиндрический диск диаметром 150 мм. Материал образцов и контртел — сталь ШХ15 с твердостью *HRC* 62. Шероховатость поверхности рабочей части образца $Ra \leqslant 0{,}32$ мкм по ГОСТ 2789—73.

4. Условия проведения испытаний на контактную усталость соответствовали разд. 3 стандарта [10]. Частота нагружения образца составляла 1000 Гц. Смазочный материал образца и контртел — масло «индустриальное 20». Образцы испытывали на семи режимах. На каждом режиме испытывали по 18 образцов. Режимы испытаний отличались по нормальной и касательной

Таблица 6

Номер режима испытаний	P, Н	T, Н	$\sigma_{z\,\max}$, МПа	$\sigma_1=\sigma_y$, МПа	$\sigma_3=\sigma_x$, МПа	$(\sigma_{экв})^{I}$, МПа	$(\sigma_{экв})^{II}$, МПа	$(\sigma_{экв})^{III}$, МПа	$(\sigma_{экв})^{IV}$, МПа	$(\sigma_{экв})^{V}$, МПа
1	396,2	0,0	4905,0	650,4	—650,4	650,4	1300,8	1097,2	1073,2	811,3
2	396,2	14,7	4905,0	945,1	—569,0	945,1	1504,3	1317,0	1308,5	1037,3
3	396,2	19,6	4905,0	1043,3	—541,8	1043,3	1585,1	1395,5	1395,5	1120,0
4	396,2	38,1	4905,0	1412,6	—439,7	1412,6	1852,3	1676,3	1698,4	1417,3
5	527,9	27,5	5395,5	1169,7	—589,9	1169,7	1759,6	1551,3	1553,1	1250,0
6	871,1	21,6	6376,5	1111,0	—774,9	1111,0	1876,1	1632,9	1604,8	1258,3
7	871,1	38,1	6376,5	1296,3	—720,9	1296,3	2017,2	1770,5	1764,9	1407,9

нагрузкам и приведены в табл. 6. Критерием разрушения являлось наличие на контактной поверхности единичного выкрашивания диаметром, превышающим 50% малой полуоси пятна контакта. Момент разрушения фиксировался электронным автоматическим выключателем [10].

5. В данном исследовании рассматривали пять критериев эквивалентности (теорий прочности): теорию максимальных нормальных напряжений; максимальных касательных напряжений; теорию энергии формоизменения Мизеса — Генки; теорию Мора; теорию, разработанную А. Лебедевым в ИППАНУССР. Первые четыре «классические» теории прочности имеют ограниченное применение, одни из них хорошо работают в применении к хрупким материалам (например, теория максимальных нормальных напряжений), другие показывают хорошую сопоставимость эксперимента с расчетом для пластичных материалов, предельное состояние которых удовлетворительно описывается условиями Кулона ($\tau_{max}=\text{const}$) или Мизеса ($\tau_{окт}=\text{const}$). Теория, разработанная А. А. Лебедевым [19, 30], хорошо согласуется с экспериментом при статических и усталостных испытаниях как в применении к хрупким и пластичным материалам, так и к квазихрупким, занимающим промежуточное положение между хрупкими и пластичными. Эта теория основана на многочисленных экспериментах, проведенных при различных видах сложнонапряженного состояния и на многих конструкционных материалах и современных представлениях о кинетике деформирования и разрушения и анализе общих свойств геометрии предельных поверхностей, интерпретирующих критерии прочности в пространстве напряжений. В этой теории прочности параметрами напряженного состояния являются интенсивность напряжений и максимальное главное напряжение. Формулы для расчета эквивалентных напряжений по пяти теориям прочности приведены ниже.

6. Расчет максимальных нормальных напряжений в центре пятна контакта приведен в гл. 2. Для контакта сферического образца ⌀6 мм с цилиндрическим контртелом ⌀150 мм (при одинаковых модулях нормальной упругости образца и контртела $E_1=E_2=2{,}108\cdot10^4$ МПа и одинаковых коэффициентах Пуассона $\mu_1=\mu_2=0{,}3$) формула для расчета напряжения имеет вид:

$$\sigma_{z\,\max} = 863{,}54 n_\sigma P^{\frac{1}{3}} \left(\frac{4}{d} + \frac{1}{R}\right)^{\frac{2}{3}}, \text{ МПа}.$$

Расчет напряжений при совместном действии нормальных и касательных нагрузок проведен на основе зависимостей, полученных М. В. Коровчинским (см. гл. 2). Расчет проведен для наиболее опасной по напряжению точки, лежащей на конце малой полуоси эллиптической площадки контакта. Для данного типа контакта формулы для расчета напряжений имеют вид

$$\sigma_x = \left(-0{,}1326 + 0{,}4473\frac{T}{P}\right)\sigma_{z\,\max}; \qquad (32)$$

$$\sigma_y = \left(0{,}1326 + 1{,}6180\frac{T}{P}\right)\sigma_{z\,\max}. \qquad (33)$$

Здесь P и T — нормальная и касательная нагрузки.

На конце малой полуоси площадки контакта материал находится в двухосном напряженном состоянии, поэтому $\sigma_1=\sigma_y$; $\sigma_2=0$; $\sigma_3=-\sigma_x$. Зная напряжения (σ_1 и σ_3) для заданных в табл. 6 режимов испытаний, определяли эквивалентные напряжения по пяти упомянутым выше теориям прочности. Расчет проводили по следующим формулам:

$$(\sigma_{\text{экв}})^{\text{I}} = \sigma_1 \text{ (теория максимальных нормальных напряжений)};$$

$$(\sigma_{\text{экв}})^{\text{II}} = \sigma_1 - \sigma_3 \text{ (теория максимальных касательных напряжений)};$$

$$(\sigma_{\text{экв}})^{\text{III}} = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2} \text{ (теория энергии формоизменения)};$$

$$(\sigma_{\text{экв}})^{\text{IV}} = \sigma_1 - \chi\sigma_3 \text{ (теория Мора)}; \qquad (34)$$

$$(\sigma_{\text{экв}})^{\text{V}} = \chi\sigma_i + (1-\chi)\,\sigma_1 A^{1-I} \text{ (теория, разработанная в институте проблем прочности АН УССР А. Лебедевым)}. \qquad (35)$$

В формулах (34) и (35) $\chi=\sigma_{\text{в}}/\sigma_{\text{вс}}$ — коэффициент, характеризующий степень участия сдвиговой деформации в микроразрушении материала; $\sigma_{\text{в}}$ — временное сопротивление материала при растяжении, определяемое по ГОСТ 1497—73 [8]; $\sigma_{\text{вс}}$ — временное сопротивление материала при сжатии целесообразно определять по методике, изложенной в прил. 5 стандарта [10];

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}$$ — интенсивность напряжений;

$$I = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}$$ — параметр напряженного состояния, отражающий жесткость нагружения;

$$A = \frac{\psi - \sqrt{3}\,\chi}{1 - \chi}$$ —параметр структуры материала;

$\psi = \sigma_В/\tau_{пч}$, $\tau_{пч}$ — предел прочности материала при кручении.

При расчете эквивалентных напряжений по теориям Мора и А. Лебедева значения коэффициента χ и параметра A определяли по результатам испытаний образцов на растяжение, сжатие и кручение. Образцы были изготовлены из стали ШХ15 и

Напряжение x_i	Уравнение $y_i = \lg N_i = a + b\,(x_i - \bar{x})$	$S^2_{ад}$
		Экспоненциальное
$x_i = (\sigma_{экв})_i^{I}$	y_i=7,2584—0,0274 (x_i—111,0885)	0,1229
$x_i = (\sigma_{экв})_i^{II}$	y_i=7,2584—0,0257 (x_i—173,2257)	1,4041
$x_i = (\sigma_{экв})_i^{III}$	y_i=7,2584—0,0280 (x_i—152,0399)	0,7846
$x_i = (\sigma_{экв})_i^{IV}$	y_i=7,2584—0,0276 (x_i—151,4271)	0,4919
$x_i = (\sigma_{экв})_i^{V}$	y_i=7,2584—0,0315 (x_i—120,9000)	0,1326
		Степенное
$x_i = \lg\,(\sigma_{экв})_i^{I}$	y_i =7,2584—6,2853 (x_i —2,0345)	0,1647
$x_i = \lg\,(\sigma_{экв})_i^{II}$	y_i =7,2584—10,0023 (x_i—2,2344)	1,4448
$x_i = \lg\,(\sigma_{экв})_i^{III}$	y_i =7,2584—9,3725 (x_i —2,1769)	0,6349
$x_i = \lg\,(\sigma_{экв})_i^{IV}$	y_i =7,2584—9,1051 (x_i —2,1748)	0,3972
$x_i = \lg\,(\sigma_{экв})_i^{V}$	y_i =7,2584—8,1472 (x_i —2,0756)	0,1238

термообработаны по стандартному режиму до твердости *HRC* 61—62. Значения временных сопротивлений стали ШХ15 составили: $\sigma_в = 1903$ МПа; $\sigma_{вс} = 2943$ МПа; $\chi = 0{,}65$; $\tau_{пч} = 2256$ МПа; $A = 0{,}431$. Значения эквивалентных напряжений, рассчитанные по пяти теориям прочности и соответствующие семи заданным режимам испытаний, приведены в табл. 6.

7. Результаты контактно-усталостных испытаний образцов подвергали статистической обработке. По методике, приведенной в гл. 5, п. 2, оценивали параметры функций распределения контактно-усталостных ресурсов ($\overline{\lg N}$ и $S_{\lg N}$) для каждого режима испытаний. Параметры и графики функций приведены в табл. 23 и на рис. 23. Далее методом регрессионного анализа (см. гл. 5, п. 4) строили кривые контактной усталости для каждой теории прочности и проверяли адекватность этих кривых. При этом уравнения кривых аппроксимировали степенной и экспоненциальной зависимостями. В табл. 7 дана оценка параметров уравнений кривых контактной усталости ($\bar{x}$, a, b) при

Таблица 7

Уравнение адекватно, если $F<F_{0,05}$, $F_{0,05}=2,30$	S^2	S_a^2	S_b^2	$S_y^2=S_a^2+S_b^2\,(x_i-\bar{x})^2$
уравнение				
$F=2,08$	0,0615	$5\cdot10^{-4}$	10^{-6}	$S_y^2=5\cdot10^{-4}+10^{-6}\times(x_i-111{,}0885)^2$
$F=23,84$	Не определяли	Не определяли	Не определяли	Не определяли
$F=13,32$	—	—	—	—
$F=8,35$	—	—	—	—
$F=2,25$	0,0619	$5\cdot10^{-4}$	10^{-6}	$S_y^2=5\cdot10^{-4}+10^{-6}\times(x_i-120{,}9000)^2$
уравнение				
$F=2,79$	Не определяли	Не определяли	Не определяли	Не определяли
$F=24,53$	—	—	—	—
$F=10,78$	—	—	—	—
$F=6,74$	—	—	—	—
$F=2,10$	0,0616	$5\cdot10^{-4}$	0,0785	$S_y^2=5\cdot10^{-4}+0{,}0785\times(x_i-2{,}0756)^2$

аппроксимации по экспоненциальной и степенной зависимостям; значения дисперсий адекватности $S^2_{ад}$ и воспроизводимости $S^2_{воспр}$; значения критерия Фишера F и выводы по адекватности уравнений; значения оценок обобщенных дисперсий S^2 и дисперсий параметров уравнений S^2_a, S^2_b, S^2_y.

Регрессионный анализ результатов испытаний образцов из стали ШХ15 показал, что при аппроксимации кривых контактной усталости по экспоненциальной и степенной зависимостям наилучшую сходимость эксперимента с расчетом обеспечивает теория, разработанная А. А. Лебедевым. Теория максимальных нормальных напряжений обеспечивает меньшую сходимость эксперимента с расчетом (см. табл. 7).

Применение к контактному нагружению теорий максимальных касательных напряжений, энергии формоизменения и Мора неправомерно, так как при аппроксимации кривых контактной усталости экспериментальные значения критерия Фишера F значительно превышали табличное значение (см. табл. 7). С применением метода регрессионного анализа также были обработаны результаты испытаний С. Пинегина и др. [29] и получены аналогичные выводы.

Регрессионный анализ результатов испытаний образцов из стали 75ХГСТ, закаленной на твердость HB 450, показал, что наилучшую сходимость эксперимента с расчетом обеспечивает теория энергии формоизменения, которая для пластичных материалов ($\chi=\sigma_в/\sigma_{вс}=1$) является частным случаем теории, разработанной А. А. Лебедевым (для стали 75ХГСТ коэффициент $\chi=1$ определяли по результатам испытаний образцов на растяжение и сжатие). Методика аналитического описания кривой контактной усталости, построенной с использованием эквивалентных напряжений, рассчитанных по теории прочности, разработанной А. Лебедевым, приведена в гл. 5.

Данное исследование также показало на значительный эффект влияния касательных нагрузок на усталостный ресурс. Введение касательной нагрузки $T=38{,}1$ Н (сравниваются первый и четвертый режимы испытаний) снижает ресурс в 120 раз (см. рис. 24).

4. Некоторые методические вопросы подготовки испытаний на контактную усталость

Как указывалось выше, контактная выносливость зависит от большого числа факторов. Поэтому методика испытаний должна быть разработана таким образом, чтобы те факторы, которые в планируемом эксперименте не изучаются, влияли бы на результаты исследования минимально. Остановимся лишь на отдельных вопросах, на которые необходимо обратить особое внимание, или вызывающих при разработке методики испытаний наибольшие трудности.

Методы отбора образцов. При разработке методики проведения испытаний необходимо стремиться к исключению всех побочных факторов. Образцы должны быть изготовлены из металла одной марки и плавки, а технологический процесс изготовления образца должен быть таким, чтобы макро- и микроструктура, а также твердость образцов были близкими. Следует помнить, что для стали изменение твердости на 10 единиц по Бринеллю изменяет предел контактной выносливости на 20—30 МПа [37]. Поэтому в стандарте [10] отклонение по твердости рабочей поверхности образцов одной партии установлено в пределах $HB \pm 5$ или $HRC \pm 0{,}5$. На результаты испытаний оказывают влияние параметры точности изготовления и шероховатости поверхности, поэтому отклонения этих параметров в стандарте также регламентированы. Точность изготовления образцов и контртел — по 6-му квалитету СТСЭВ144—75, а шероховатость поверхности рабочей части принята $Ra = 0{,}32$ мкм (ГОСТ 2789—73). На поверхности не должно быть следов коррозии, окалины, литейных корок, вальцовочных хлопьев, цветов побежалости, трещин и других дефектов. Рабочие части образцов и контртел измеряют с погрешностью не более 0,01 мм. При испытаниях на контактную усталость применяют образцы с цилиндрической, сферической и тороидальной рабочей частью. Стандарт [10] регламентирует четыре типа образцов и контртел. На рис. 18 приведен один из образцов к испытательному стенду типа МКВ-К.

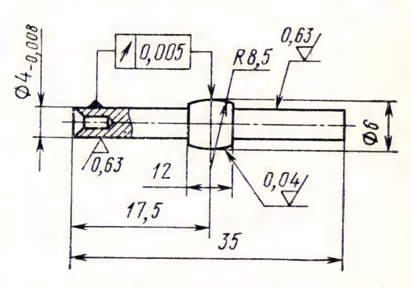


Рис. 18. Тороидальный образец

Выбор нагрузки на образец при испытаниях новых материалов обычно вызывает трудности, поскольку отсутствуют зависимости, связывающие контактную выносливость с характеристиками механических и других свойств материала. Из сказанного выше также следует, что нагрузка должна быть существенно ниже предельной, чтобы накопление в процессе испытаний пластических деформаций не приводило к значительному снижению контактных напряжений. В то же время, если нагрузка будет ниже той, при которой обнаруживается накопление пластических деформаций, то контактно-усталостный ресурс оказывается чрезмерно большим.

На основании испытаний на контактную усталость ряда материалов — сталей ШХ15, ШХ15СГ, 9УХ18, 55СМА, цементуемых сталей 18ХГТ, 20Х2Н4А, некоторых латуней и бронз — рекомендуется для верхнего уровня кривой контактной усталости выбор ориентировочных значений $\sigma_{z\,max}$ производить по табл. 8. Нижний уровень $\sigma_{z\,max}$ выбирается

Таблица 8

Твердость образца	$\sigma_{z\max}$, МПа, для схем	
	«качение без проскальзывания» и «качение с внешней касательной нагрузкой»	«качение с проскальзыванием» и «пульсирующий контакт»
От *HB* 200 до *HRC* 30 вкл.	2000	1500
Св. *HRC* 30 » *HRC* 35 »	3000	2000
» *HRC* 35 » *HRC* 40 »	3500	2300
» *HRC* 40 » *HRC* 45 »	4000	2600
» *HRC* 45 » *HRC* 50 »	4500	3000
» *HRC* 50 » *HRC* 55 »	5000	3300
» *HRC* 55 » *HRC* 60 »	5500	3600
» *HRC* 60 » *HRC* 65 »	6000	4000

Примечание. Значения $\sigma_{z\max}$ справедливы для круговой и эллиптической площадок контакта. Для контакта по полоске $\sigma_{z\max}$ уменьшают на 20%.

исходя из желаемой протяженности усталостной кривой.

Критерии контактно-усталостного разрушения. При оценке и обеспечении надежности деталей машин применяют различные критерии контактно-усталостного разрушения. Под критерием такого разрушения понимают комплекс признаков, характеризующих повреждение. Характерными признаками разрушения являются микро- и макротрещины, шелушение, единичные или групповые ямки выкрашивания.

Для деталей машин критерий разрушения выбирают исходя из служебного назначения. Однако при испытании образцов с целью обеспечения сопоставимости оценок контактно-усталостных характеристик целесообразно регламентировать критерий разрушения.

При испытании образцов металла по схемам качения форма и размеры повреждения рабочей поверхности могут быть весьма разнообразными и зависят от геометрии контактирующих поверхностей, уровня напряжений, поверхностных свойств материала и пр. Как показывают эксперименты, минимальный размер первоначального выкрашивания хорошо коррелирует с величиной малой оси пятна контакта. В связи с этим рационально использовать в качестве критерия разрушения относительную величину размера выкрашивания. Учитывая это в методических указаниях [22] и стандарте [10], для всех схем качения регламентирован критерий разрушения как наличие на контактной поверхности одной или нескольких ямок выкрашивания диаметром, превышающим 50% малой полуоси пятна контакта.

Появление выкрашивания сопровождается резким повышением уровней шума и вибрации. Для фиксации момента разрушения существуют приборы, которые реагируют на эти изменения. Подробное описание такого прибора к испытательной машине МКВ-К приведено в работе [10]. В случаях, когда применение специальной аппаратуры не представляется возможным, размеры ямок выкрашивания можно определить с помощью оптических приборов. При этом измеряют диаметр выкрашивания и строят график изменения площади выкрашивания в функции наработки (числа циклов нагружения) и за момент разрушения принимают резкое увеличение площади выкрашивания контактной поверхности.

Для схемы «пульсирующий контакт» критерием разрушения является наличие на контактной поверхности усталостных трещин, возникающих по контуру пятна контакта. Фиксируют трещины при помощи специальной дефектоскопической аппаратуры или визуально.

База испытаний. В контактной усталости термин «база испытаний» имеет тот же смысл, что и при обычной усталости, т. е. предварительно задаваемое число циклов напряжений, до которого испытываются образцы на усталость.

База испытаний должна быть в 2—3 раза больше абсциссы точки перегиба кривой контактной усталости. Рекомендуемые в стандарте базы испытаний были установлены на основании анализа большого числа результатов испытаний. При этом выбор баз испытаний дифференцирован в зависимости от твердости материала и от того, имеет ли материал горизонтальный участок на кривой контактной усталости. При определении предела контактной выносливости база испытаний должна быть не ниже: 10^7 циклов — для металлов и сплавов с твердостью $HB \leqslant 200$, имеющих горизонтальный участок на кривой контактной усталости; $5{,}0 \cdot 10^7$ циклов — для металлов и сплавов с твердостью $HRC \leqslant 40$, имеющих горизонтальный участок на кривой контактной усталости; 10^8 циклов — для металлов и сплавов с твердостью $HRC > 40$, имеющих горизонтальный участок на кривой контактной усталости; $2 \cdot 10^8$—$5 \cdot 10^8$ циклов — для металлов и сплавов, не имеющих горизонтального участка на кривой контактной усталости.

Выбор базы при «усеченных» испытаниях. Испытания образцов на одном или нескольких уровнях напряжений, превышающих предел контактной выносливости, обычно проводят по двум планам. В первом случае все образцы в партии доводят до разрушения. Однако испытания на контактную усталость весьма продолжительны (например, испытания одного образца до появления питтинга могут проводиться 30—50 календарных дней при круглосуточной работе стенда), поэтому весьма перспективными являются «усеченные» испытания, когда только часть образцов доводится до разрушения, остальные образцы, выдер-

жавшие заданное базовое число циклов (ограниченную базу), с испытаний снимаются. Для разработки рекомендаций по выбору «ограниченной» базы испытаний ВНИПП и ВНИИНМАШ обработали на ЭЦВМ «Минск-32» результаты массовых испытаний образцов из стали ШХ15, различных плавок, с продольным и поперечным расположением волокон. Методика обработки результатов заключалась в расчете параметров функций распределения контактно-усталостных ресурсов ($\overline{\lg N}$, $\lg N_{10}$, $S_{\lg N}$) при разрушении всех образцов в партии. Затем исключали из вариационных рядов ресурсы, превышающие ряд заданных значений «ограниченных» баз, и вновь рассчитывали ($\overline{\lg N}$, $\lg N_{10}$, $S_{\lg N}$), т. е. получали характеристики полных и «усеченных» испытаний. В табл. 9 приведены результаты расчета N_{50}

Таблица 9

Плавка	Полные испытания $N_{50}\times 10^{-6}$ (цикл)	Усечение до $400\cdot10^6$ циклов		Усечение до $200\cdot10^6$ циклов		Полные испытания $N_{10}\times 10^{-6}$ (цикл)	Усеченные до $400\cdot10^6$ циклов		Усеченные до $200\cdot10^6$ циклов	
		$N_{50}\cdot10^{-6}$ (цикл)	Δ, %	$N_{50}\cdot10^{-6}$ (цикл)	Δ, %		$N_{10}\cdot10^{-6}$ (цикл)	Δ, %	$N_{10}\cdot10^{-6}$ (цикл)	Δ, %
369188	138,0	139,4	1,0	150,7	9,2	28,1	27,6	—1,7	26,4	—6,1
369567	198,7	186,9	—6,0	177,0	—10,9	44,5	45,2	1,6	45,9	3,2
324849	83,3	88,1	—5,7	89,2	7,1	13,9	12,7	—8,1	12,4	—10,4
372790	185,5	196,4	5,9	172,9	—6,8	52,1	49,4	—5,2	50,5	—3,2
5244 (СКФ)	57,2	57,2	0,0	57,2	0,0	20,1	20,1	0,0	20,1	0,0
5246 (СКФ)	100,1	100,1	0,0	90,8	—9,3	24,5	24,5	0,0	26,1	6,4
5441 (СКФ)	82,4	79,0	—4,1	83,5	1,3	14,4	14,9	3,3	14,5	0,5
3031 (СКФ)	60,2	60,2	0,0	57,9	—3,9	15,0	15,0	0,0	15,3	2,1

и N_{10} для полных и «усеченных» испытаний, а также относительная погрешность в оценке N_{50} и N_{10}. Проведенная работа позволила заложить в стандарт [10] рекомендации по выбору «ограниченной» базы испытаний. Значение базы рекомендуется определять по формуле $N_б = (1{,}5—2{,}0)\,\overline{N}_{ож}$, где $\overline{N}_{ож}$ — среднее ожидаемое значение ресурса для заданного уровня напряжений, определяемое по априорной информации, или по результатам испытаний первых пяти—восьми образцов.

Условия и порядок проведения испытаний. Воспроизводимость эксперимента является одним из важнейших требований при разработке и планировании испытаний. Воспроизводимость результатов испытаний на контактную усталость обеспечивается комплексом требований к испытательному оборудованию и ап-

паратуре, методам отбора образцов и условиям проведения испытаний. Некоторые из требований приведены ниже.

1. В пределах намеченной серии испытаний схема нагружения, способ подвода и количество смазочного материала, а также критерий разрушения должны быть одинаковыми.

2. Суммарная погрешность нагружения образца нормальной нагрузкой (P) не должна превышать: ±3% значения измеряемой величины для схем качения; ±5% значения измеряемой величины для схемы пульсирующий контакт.

3. Суммарная погрешность нагружения образца касательной нагрузкой (T) не должна превышать ±5% значения измеряемой величины.

4. Погрешность заданного коэффициента проскальзывания не должна превышать ±5% значения измеряемой величины.

5. Погрешность фиксации момента разрушения не должна превышать ±0,5% значения измеряемой величины.

6. Погрешность задания частоты нагружения образца не должна превышать ±5% значения измеряемой величины.

7. При схемах качения каждый образец следует испытывать на новой дорожке обкатывающего цилиндрического контртела.

8. Смазывать образцы следует маслом одной марки с периодической проверкой соответствия масла требованиям стандартов или технических условий на него.

9. Частота циклов нагружения в пределах намеченной серии испытаний регламентируется от 30 до 1000 Гц. Если при заданной частоте нагружения температура в зоне контакта вызывает изменение структуры и физико-механических свойств металла, то частоту нагружения необходимо уменьшить.

10. Последовательность установки, закрепления и нагружения образцов должна быть одинаковой. Образцы нагружают только после того, как будет достигнута заданная частота циклов.

11. Испытание образцов рекомендуется проводить непрерывно до разрушения или до базового числа циклов. Частые пуски и остановы стенда значительно влияют на результаты эксперимента.

12. В процессе испытаний контролируют стабильность нормальных и касательных нагрузок, величины проскальзывания, частоты циклов нагружения, температуры и влажности окружающей среды, подачи смазочного материала и пр. Перед испытаниями калибруют аппаратуру, фиксирующую момент разрушения.

13. Для уменьшения суммарной систематической погрешности, вызванной погрешностями отдельных параметров (погрешность нагружения, перемена температуры и влажности окружающей среды, изменение вязкости смазочного материала и т. п.) или другими факторами (например, естественное старение, существенно влияющее на контактно-усталостные характеристики

некоторых материалов), рекомендуется случайная последовательность при проведении испытаний. Например, если испытывают m партий на l стендах, то на каждый стенд ставят на испытание одинаковое число образцов каждой партии. При этом выбор случайной последовательности при разработке графика проведения испытаний на каждом стенде производят по таблице случайных чисел, приведенной в руководствах по математической статистике.

Глава 5

СТАТИСТИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ИСПЫТАНИЙ

1. Определение минимального числа объектов испытаний

Методы расчета числа объектов могут быть параметрические (при известном виде закона распределения случайной вели-

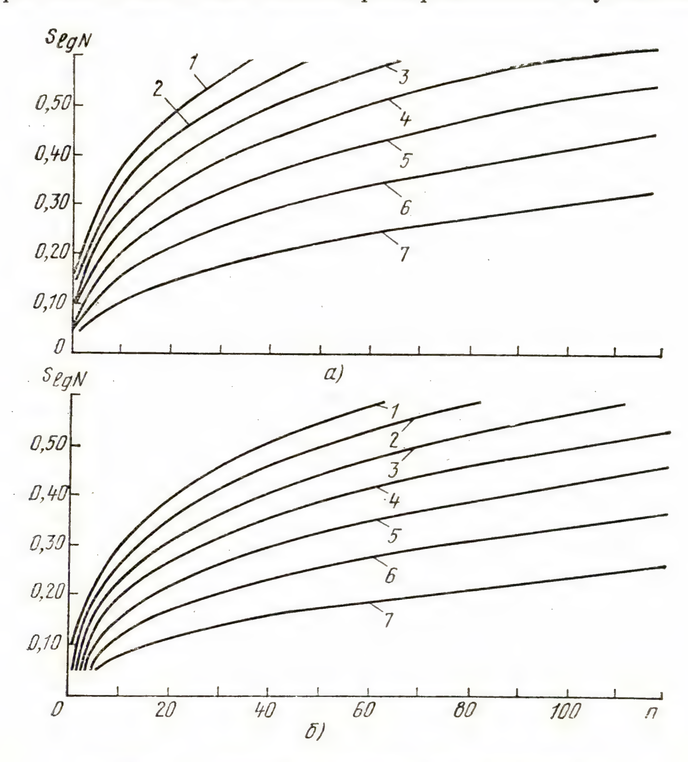


Рис. 19. Графики выбора числа образцов:

а — для β=0,90; *б* — для β=0,95; *1* — δ=40%; *2* — δ=35%; *3* — δ=30%; *4* — δ=25%; *5* — δ=20%; *6* — δ=15%; *7* — δ=10%

чины — наработка до первого отказа, ресурс и т. д.) и непараметрические (вид закона распределения неизвестен).

При логарифмически нормальном законе распределения, который применяют при статистической обработке результатов на контактную усталость, число объектов испытаний определяют следующим образом: задают ожидаемое значение среднеквадратического отклонения логарифма числа циклов $S_{\ln N}$ и определяют коэффициент вариации $V_{\ln N}$ из соотношения $V^2_{\ln N} = \exp(S^2_{\ln N}) - 1$; по значению $V_{\ln N}$ находят соответствующее значение R по табл. 1 прил. 3 [10]; задают величину относительной погрешности δ среднего значения $\ln N$ с доверительной вероятностью β; по значениям δ и β находят значение Q по табл. 2 прил. 3 [10]; по найденным значениям R и Q вычисляют минимальное число образцов n по формуле $n = RQ$; если по результатам испытаний получен коэффициент вариации меньший или равный заданному, то испытания прекращают, если коэффициент больше заданного, то точность недостаточна и необходимо провести дополнительные испытания. На рис. 19 приведены графики выбора числа образцов для наиболее распространенных значений $S_{\lg N}$, δ и β.

При нормальном, Вейбулла, экспоненциальном законах распределения случайной величины или когда вид закона распределения неизвестен, выбор числа объектов испытаний рекомендуется проводить по стандарту [7].

2. Функции распределения характеристик контактной усталости

Значительное рассеяние характеристик усталости, и в частности контактной усталости, обусловлено металлургическими, технологическими, конструкционными и эксплуатационными факторами. Одной из основных характеристик сопротивления контактно-усталостному разрушению является функция распределения ресурса. В обзорной работе [18] показано, что для описания этой функции можно применять до десяти законов распределения (логарифмически-нормальное, Вейбулла-Гнеденко с порогом и без порога чувствительности по циклам, Дружинина, Бастенера, Бернштейна, диффузионное и др.). Однако наиболее часто используют логарифмически-нормальное и Вейбулла-Гнеденко распределения.

Функция Вейбулла-Гнеденко применительно к распределению ресурса выражается следующим образом:

$$P(N < N_1) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{N - N_0}{N_v}\right)\right]^m,$$

где N — число циклов до разрушения образца, испытанного на заданном уровне напряжения; N_0 — нижняя граница значений чисел циклов до разрушения образцов, испытанных на заданном

уровне напряжения, т. е. $P(N \leqslant N_0) = 0$ (параметр N_0 называют порогом чувствительности по циклам); N_v — параметр, равный значению $N - N_0$ при $P = 0{,}632$; m — параметр, характеризующий степень рассеяния ресурса.

Функция нормального распределения имеет вид

$$P(x < x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \int_{-\infty}^{x_1} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}\, dx,$$

где $x = \lg N$ или $x = \lg(N - N_0)$, a и σ^2 — соответственно математическое ожидание и дисперсия случайной величины.

При относительно высоких уровнях напряжений и при небольших объемах выборки (15—30 объектов испытаний) эти распределения используются в их двухпараметрической форме. При наличии двух параметров логарифмически-нормальное распределение оказывается по критерию согласия Пирсона предпочтительнее распределения Вейбулла — Гнеденко [35]. При увеличении объема выборки или снижении уровня напряжений имеет место «загиб» вниз левого края кривых эмпирических распределений и в этом случае вводится третий параметр — порог чувствительности по циклам [35]. К сожалению, вследствие значительной продолжительности испытаний подшипниковых материалов на контактную усталость мы не проводили исследования, обосновывающие вид закона распределения при больших объемах выборки (испытание 300—400 образцов на одном уровне напряжения). Проверка соответствия на нормальность по критерию ω^2 порядка 50 выборок малого объема (20—40 образцов в выборке) показала, что для всех случаев логарифмически-нормальное распределение не противоречит экспериментальным данным.

Таблица 10

j	P_j	U_{P_j}	$U^2_{P_j}$	N_j	$\lg N_j$	$\lg N_j U_{P_j}$
1	P_1	U_{P_1}	$U^2_{P_1}$	N_1	$\lg N_1$	$\lg N_1 U_{P_1}$
2	P_2	U_{P_2}	$U^2_{P_2}$	N_2	$\lg N_2$	$\lg N_2 U_{P_2}$
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
.	.	.	.	.	.	.
n	P_n	U_{P_n}	$U^2_{P_n}$	N_n	$\lg N_n$	$\lg N_n U_{P_n}$
		$\sum_{j=1}^{n} U_{P_j}$	$\sum_{j=1}^{n} U^2_{P_j}$		$\sum_{j=1}^{n} \lg N_j$	$\sum_{j=1}^{n} \lg N_j U_{P_j}$

Оценка параметров функции распределения контактно-усталостного ресурса. Методика основана на логарифмически-нормальном законе распределения и состоит в следующем.

1. Для заданного уровня напряжений составляют вариационный ряд ресурсов и производят первичную статистическую обработку, порядок которой указан в табл. 10.

В табл. 10 дано: j — номер образца в вариационном ряду ресурсов (чисел циклов), причем $N_1 \leqslant N_2 \leqslant \ldots \leqslant N_{j-1} \leqslant N_j \leqslant \leqslant N_{j+1} \leqslant \ldots \leqslant N_n$; P_j — выборочная вероятность, вычисляемая по формуле $P_j = \frac{j-0,5}{n}$ (при $n > 20$) или по табл. 11 при $n \leqslant 20$;

Таблица 11

j ($j \leqslant n$)	Значения выборочной вероятности P_j для выборок малого объема при n, равном									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,5000	0,2929	0,2063	0,1591	0,1294	0,1091	0,0943	0,0830	0,0741	0,0670
2	—	0,7071	0,5000	0,3864	0,3147	0,2655	0,2295	0,2021	0,1806	0,1632
3	—	—	0,7937	0,6136	0,5000	0,4218	0,3648	0,3213	0,2871	0,2594
4	—	—	—	0,8409	0,6853	0,5782	0,5000	0,4404	0,3935	0,3557
5	—	—	—	—	0,8706	0,7345	0,6352	0,5596	0,5000	0,4519
6	—	—	—	—	—	0,8909	0,7705	0,6787	0,6065	0,5481
7	—	—	—	—	—	—	0,9057	0,7979	0,7129	0,6443
8	—	—	—	—	—	—	—	0,9170	0,8194	0,7406
9	—	—	—	—	—	—	—	—	0,9259	0,8368
10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,9330

j ($j \leqslant n$)	Значение выборочной вероятности P_j для выборок малого объема при n, равном									
	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
1	0,0611	0,0561	0,0519	0,0483	0,0452	0,0424	0,0400	0,0378	0,0358	0,0341
2	0,1489	0,136	0,1266	0,1178	0,1101	0,1034	0,0975	0,0922	0,0874	0,0831
3	0,2366	0,2175	0,2013	0,1873	0,1751	0,1644	0,1550	0,1465	0,1390	0,1322
4	0,3244	0,2982	0,2760	0,2568	0,2401	0,2254	0,2125	0,2009	0,1905	0,1812
5	0,4122	0,3789	0,3506	0,3263	0,3051	0,2865	0,2700	0,2553	0,2421	0,2302
6	0,5000	0,4596	0,4253	0,3958	0,3700	0,3475	0,3275	0,3097	0,2937	0,2793
7	0,5878	0,5404	0,5000	0,4653	0,4350	0,4085	0,3850	0,3641	0,3453	0,3283
8	0,6756	0,6211	0,5747	0,5347	0,5000	0,4695	0,4425	0,4184	0,3968	0,3774
9	0,7634	0,7018	0,6494	0,6042	0,5650	0,5305	0,5000	0,4728	0,4484	0,4264
10	0,8511	0,7825	0,7240	0,6737	0,6300	0,5915	0,5575	0,5272	0,5000	0,4755
11	0,9389	0,8632	0,7987	0,7432	0,6949	0,6525	0,6150	0,5816	0,5516	0,5245
12	—	0,9439	0,8734	0,8125	0,7599	0,7135	0,6725	0,6359	0,6032	0,5736
13	—	—	0,9481	0,8822	0,8249	0,7746	0,7300	0,6903	0,6547	0,6226
14	—	—	—	0,9517	0,8899	0,8356	0,7875	0,7447	0,7063	0,6717
15	—	—	—	—	0,9548	0,8966	0,8450	0,7991	0,7579	0,7207
16	—	—	—	—	—	0,9576	0,9025	0,8535	0,8095	0,7698
17	—	—	—	—	—	—	0,9600	0,9078	0,8610	0,8188
18	—	—	—	—	—	—	—	0,9622	0,9126	0,8678
19	—	—	—	—	—	—	—	—	0,9642	0,9169
20	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,9659

Таблица 12

P_j	Квантили нормального распределения U_{P_j}									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,50	0,0000	0,00251	0,00501	0,00752	0,01002	0,01253	0,01504	0,01755	0,02005	0,02256
0,51	0,02507	0,02758	0,03008	0,03259	0,03510	0,03761	0,04012	0,04263	0,04513	0,04764
0,52	0,05015	0,05266	0,05517	0,05768	0,06020	0,06271	0,06522	0,06773	0,07024	0,07276
0,53	0,07527	0,07778	0,08030	0,08281	0,08533	0,08784	0,09036	0,09288	0,09540	0,09791
0,54	0,1004	0,1030	0,1055	0,1080	0,1105	0,1130	0,1156	0,1181	0,1206	0,1231
0,55	0,1257	0,1282	0,1307	0,1332	0,1358	0,1383	0,1408	0,1434	0,1459	0,1484
0,56	0,1510	0,1535	0,1560	0,1586	0,1611	0,1637	0,1662	0,1687	0,1713	0,1738
0,57	0,1764	0,1789	0,1815	0,1840	0,1866	0,1891	0,1917	0,1942	0,1968	0,1993
0,58	0,2019	0,2045	0,2070	0,2096	0,2121	0,2147	0,2173	0,2198	0,2224	0,2250
0,59	0,2275	0,2301	0,2327	0,2353	0,2378	0,2404	0,2430	0,2456	0,2482	0,2508
0,60	0,2533	0,2559	0,2585	0,2611	0,2637	0,2663	0,2689	0,2715	0,2741	0,2767
0,61	0,2793	0,2819	0,2845	0,2871	0,2898	0,2924	0,2950	0,2976	0,3002	0,3029
0,62	0,3055	0,3081	0,3107	0,3134	0,3160	0,3186	0,3213	0,3239	0,3266	0,3292
0,63	0,3319	0,3345	0,3372	0,3398	0,3425	0,3451	0,3478	0,3505	0,3531	0,3558
0,64	0,3585	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3745	0,3772	0,3799	0,3826
0,65	0,3853	0,3880	0,3907	0,3984	0,3961	0,3989	0,4016	0,4043	0,4070	0,4097
0,66	0,4125	0,4152	0,4179	0,4207	0,4234	0,4261	0,4289	0,4316	0,4344	0,4372
0,67	0,4399	0,4427	0,4454	0,4482	0,4510	0,4538	0,4565	0,4593	0,4621	0,4649
0,68	0,4677	0,4705	0,4733	0,4761	0,4789	0,4817	0,4845	0,4874	0,4902	0,4930
0,69	0,4959	0,4987	0,5015	0,5044	0,5072	0,5101	0,5129	0,5158	0,5187	0,5215
0,70	0,5244	0,5273	0,5302	0,5330	0,5359	0,5388	0,5417	0,5446	0,5476	0,5505
0,71	0,5534	0,5563	0,5592	0,5622	0,5651	0,5681	0,5710	0,5740	0,5769	0,5799
0,72	0,5828	0,5858	0,5888	0,5918	0,5948	0,5978	0,6008	0,6038	0,6068	0,6098
0,73	0,6128	0,6158	0,6189	0,6219	0,6250	0,6280	0,6311	0,6341	0,6372	0,6403
0,74	0,6433	0,6464	0,6495	0,6526	0,6557	0,6588	0,6620	0,6651	0,6682	0,6713
0,75	0,6745	0,6776	0,6808	0,6840	0,6871	0,6903	0,6935	0,6967	0,6999	0,7031
0,76	0,7063	0,7095	0,7128	0,7160	0,7192	0,7225	0,7257	0,7290	0,7323	0,7356
0,77	0,7388	0,7421	0,7454	0,7488	0,7521	0,7554	0,7588	0,7621	0,7655	0,7688
0,78	0,7722	0,7756	0,7790	0,7824	0,7858	0,7892	0,7926	0,7961	0,7995	0,8030
0,79	0,8064	0,8099	0,8134	0,8169	0,8204	0,8239	0,8274	0,8310	0,8345	0,8381
0,80	0,8416	0,8452	0,8488	0,8524	0,8560	0,8596	0,8633	0,8669	0,8705	0,8742

0,81	0,8779	0,8816	0,8853	0,8890	0,8927	0,8965	0,9002	0,9040	0,9078	0,9116
0,82	0,9154	0,9192	0,9230	0,9269	0,9307	0,9346	0,9385	0,9424	0,9463	0,9502
0,83	0,9542	0,9581	0,9621	0,9661	0,9701	0,9741	0,9782	0,9822	0,9863	0,9904
0,84	0,994	0,999	1,003	1,007	1,011	1,015	1,019	1,024	1,028	1,032
0,85	1,036	1,041	1,045	1,049	1,054	1,058	1,063	1,067	1,071	1,076
0,86	1,080	1,085	1,089	1,094	1,098	1,103	1,108	1,112	1,117	1,122
0,87	1,126	1,131	1,136	1,141	1,146	1,150	1,155	1,160	1,165	1,170
0,88	1,175	1,180	1,185	1,190	1,195	1,200	1,206	1,211	1,216	1,221
0,89	1,227	1,232	1,237	1,243	1,248	1,254	1,259	1,265	1,270	1,276
0,90	1,282	1,287	1,293	1,299	1,305	1,311	1,317	1,323	1,329	1,335
0,91	1,341	1,347	1,353	1,359	1,366	1,372	1,379	1,385	1,392	1,398
0,92	1,405	1,412	1,419	1,426	1,433	1,440	1,447	1,454	1,461	1,468
0,93	1,476	1,483	1,491	1,499	1,506	1,514	1,522	1,530	1,538	1,546
0,94	1,555	1,563	1,572	1,580	1,589	1,598	1,607	1,612	1,626	1,635
0,95	1,645	1,655	1,665	1,675	1,685	1,695	1,706	1,717	1,728	1,739
0,96	1,751	1,762	1,774	1,787	1,799	1,812	1,825	1,838	1,852	1,866
0,97	1,881	1,896	1,911	1,927	1,943	1,960	1,977	1,995	2,014	2,034
0,98	2,054	2,075	2,097	2,120	2,144	2,170	2,197	2,226	2,257	2,290
0,99	2,326	2,366	2,409	2,457	2,512	2,576	2,652	2,748	2,878	3,090
0,991	2,366	2,370	2,374	2,378	2,382	2,387	2,391	2,395	2,400	2,404
0,992	2,409	2,414	2,418	2,423	2,428	2,432	2,437	2,442	2,447	2,452
0,993	2,457	2,462	2,468	2,473	2,478	2,484	2,489	2,495	2,501	2,506
0,994	2,512	2,518	2,524	2,530	2,536	2,543	2,549	2,556	2,562	2,569
0,995	2,576	2,583	2,590	2,597	2,605	2,612	2,620	2,628	2,636	2,644
0,996	2,652	2,661	2,669	2,678	2,687	2,697	2,708	2,716	2,727	2,737
0,997	2,748	2,759	2,770	2,782	2,794	2,807	2,820	2,834	2,848	2,863
0,998	2,878	2,894	2,911	2,929	2,948	2,968	2,989	3,011	3,036	3,062
0,999	3,090	3,121	3,156	3,195	3,239	3,291	3,353	3,432	3,540	3,719

Примечание. В таблице приведены значения квантилей U_{P_j} для $P \geqslant 0{,}50$.

При $P < 0{,}50$ следует пользоваться выражением $U_{(1-P_j)} = -U_{P_j}$.

Например, для $P_j = 0{,}20$ находим $U_{0,20} = U_{(1-0,80)} = -U_{0,80} = -0{,}8416$.

n — число образцов, испытанных на заданном уровне напряжения; U_{P_j} — квантиль нормального распределения, определяемый по табл. 12; N_j — число циклов до разрушения j-го образца.

Определяют параметры эмпирического распределения величины $\lg N_j$, среднее значение логарифма чисел циклов $\overline{\lg N}$, соответствующее выборочной вероятности разрушения $P=0{,}50$, и среднеквадратическое отклонение $S_{\lg N}$. Порядок определения этих величин следующий.

Прямую, аппроксимирующую функцию распределения логарифмов чисел циклов, выражают уравнением

$$\lg N_{P_j} = \overline{\lg N} + U_{P_j} S_{\lg N}. \tag{36}$$

Используя данные табл. 10 методом наименьших квадратов, определяют $\overline{\lg N}$ и $S_{\lg N}$ в уравнении (36). При разрушении всех образцов на заданном уровне напряжения

$$\overline{\lg N} = \frac{\sum_{j=1}^{n} \lg N_j}{n}; \tag{37}$$

$$S_{\lg N} = \frac{\sum_{j=1}^{n} U_{P_j} \lg N_j}{\sum_{j=1}^{n} U_{P_j}^2}. \tag{38}$$

При неразрушении части образцов на заданном уровне напряжения

$$\overline{\lg N} = \frac{\sum_{j=1}^{l} \lg N_j \sum_{j=1}^{l} U_{P_j}^2 - \sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \lg N_j}{l \sum_{j=1}^{l} U_{P_j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \right)^2}; \tag{39}$$

$$S_{\lg N} = \frac{l \sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \lg N_j - \sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \sum_{j=1}^{l} \lg N_j}{l \sum_{j=1}^{l} U_{P_j}^2 - \left(\sum_{j=1}^{l} U_{P_j} \right)^2}. \tag{40}$$

В формулах (39) и (40) l — число образцов, испытанных на заданном уровне напряжения до разрушения.

Определение доверительных интервалов. Доверительный интервал для математического ожидания вычисляют по формуле

$$\overline{\lg N} - \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}} t_{\beta k} \leqslant a \leqslant \overline{\lg N} + \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}} t_{\beta k}, \tag{41}$$

где $\lg \overline{N} - \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}} t_{\beta k}$ и $\lg \overline{N} + \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}} t_{\beta k}$ — нижняя и верхняя границы доверительного интервала для математического ожидания соответственно: $t_{\beta k}$ — критерий Стьюдента, определяемый по табл. 13, для доверительной вероятности β и числа

Таблица 13

Значения $t_{\beta k}$ в зависимости от доверительной вероятности β и числа степеней свободы $k = n - 1$

k	β			
	0,90	0,95	0,98	0,99
1	6,314	12,706	31,821	63,657
2	2,920	4,303	6,965	9,925
3	2,353	3,182	4,541	5,841
4	2,132	2,776	3,747	4,604
5	2,015	2,571	3,365	4,032
6	1,943	2,447	3,143	3,707
7	1,895	2,365	2,998	3,499
8	1,860	2,306	2,896	3,355
9	1,833	2,262	2,821	3,250
10	1,812	2,228	2,764	3,169
12	1,782	2,179	2,681	3,055
14	1,761	2,145	2,624	2,977
16	1,746	2,120	2,583	2,921
18	1,734	2,101	2,552	2,878
20	1,725	2,086	2,528	2,845
22	1,717	2,074	2,508	2,819
24	1,711	2,064	2,492	2,797
26	1,706	2,056	2,479	2,779
28	1,701	2,048	2,467	2,763
30	1,697	2,042	2,457	2,750
∞	1,645	1,960	2,326	2,576

степеней свободы $k = n - 1$. Уровни доверительной вероятности β принимают обычно равными 0,90 или 0,95. Нижнюю и верхнюю границы доверительного интервала для стандартного отклонения вычисляют по формуле

$$S_{\lg N}\psi_1 \sqrt{\frac{n-1}{n}} \leqslant \sigma \leqslant S_{\lg N}\psi_2 \sqrt{\frac{n-1}{n}}, \qquad (42)$$

где $S_{\lg N}\psi_1 \sqrt{\frac{n-1}{n}} = \sigma_{н}$ и $S_{\lg N}\psi_2 \sqrt{\frac{n-1}{n}} = \sigma_{в}$ — нижняя и верхняя границы доверительного интервала для стандартного отклонения; ψ_1 и ψ_2 — коэффициенты, определяемые по табл. 14 в зависимости от заданной доверительной вероятности и числа

Таблица 14

Значения ψ_1 и ψ_2 в зависимости от доверительной вероятности β и числа степеней свободы $k=n-1$

k	β=0,99		β=0,98		β=0,95		β=0,90	
	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2	ψ_1	ψ_2
1	0,356	159,000	0,388	79,800	0,446	31,900	0,510	15,900
2	0,434	14,100	0,466	9,970	0,521	6,280	0,578	4,400
3	0,483	6,470	0,514	5,110	0,566	3,730	0,620	2,920
4	0,519	4,390	0,549	3,670	0,599	2,870	0,649	2,370
5	0,546	3,480	0,576	3,000	0,624	2,450	0,672	2,090
6	0,569	2,980	0,597	2,620	0,644	2,202	0,690	1,916
7	0,588	2,660	0,616	2,376	0,661	2,035	0,705	1,797
8	0,604	2,440	0,631	2,205	0,675	1,916	0,718	1,711
9	0,618	2,277	0,644	2,076	0,688	1,826	0,729	1,645
10	0,630	2,154	0,656	1,977	0,699	1,755	0,739	1,593
11	0,641	2,056	0,667	1,898	0,708	1,698	0,748	1,550
12	0,651	1,976	0,677	1,833	0,717	1,651	0,755	1,515
13	0,660	1,910	0,685	1,779	0,725	1,611	0,762	1,485
14	0,669	1,854	0,693	1,733	0,732	1,577	0,769	1,460
15	0,676	1,806	0,700	1,694	0,739	1,548	0,775	1,437
16	0,683	1,764	0,707	1,659	0,745	1,522	0,780	1,418
17	0,690	1,727	0,713	1,629	0,750	1,499	0,785	1,400
18	0,696	1,695	0,719	1,602	0,756	1,479	0,790	1,385
19	0,702	1,666	0,725	1,578	0,760	1,460	0,794	1,370
20	0,707	1,640	0,730	1,556	0,765	1,444	0,798	1,358
21	0,712	1,617	0,734	1,536	0,769	1,429	0,802	1,346
22	0,717	1,595	0,739	1,519	0,773	1,416	0,805	1,335
23	0,722	1,576	0,743	1,502	0,777	1,402	0,809	1,326
24	0,726	1,558	0,747	1,487	0,781	1,391	0,812	1,316
25	0,730	1,541	0,751	1,473	0,784	1,380	0,815	1,308
26	0,734	1,526	0,755	1,460	0,788	1,371	0,818	1,300
27	0,737	1,512	0,758	1,448	0,791	1,361	0,820	1,293
28	0,741	1,499	0,762	1,436	0,794	1,352	0,823	1,286
29	0,744	1,487	0,765	1,426	0,796	1,344	0,825	1,279
30	0,748	1,475	0,768	1,417	0,799	1,337	0,828	1,274
40	0,774	1,390	0,792	1,344	0,821	1,279	0,847	1,228
50	0,793	1,336	0,810	1,297	0,837	1,243	0,861	1,199
60	0,808	1,299	0,824	1,265	0,849	1,217	0,871	1,179
70	0,820	1,272	0,835	1,241	0,858	1,198	0,879	1,163
80	0,829	1,250	0,844	1,222	0,866	1,183	0,886	1,151
90	0,838	1,233	0,852	1,207	0,873	1,171	0,892	1,141
100	0,845	1,219	0,858	1,195	0,878	1,161	0,897	1,133
120	0,887	1,150	0,897	1,130	0,912	1,110	0,925	1,106

степеней свободы. Границы доверительного интервала для дисперсии вычисляют по формуле

$$\sigma_{н}^2 \leqslant \sigma^2 \leqslant \sigma_{в}^2. \qquad (43)$$

Значение координат и расположение точек для построения доверительных интервалов функции распределения ресурса приведены в табл. 15 и на рис. 20.

Таблица 15

№ точки	Значение ординаты		Значение абсциссы
	P_j	u_{P_j}	
1	84,10	1,00	$\overline{\lg N} + \left(S_{\lg N}\,\psi_1 \sqrt{\frac{n-1}{n}} - \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}\right)$
2	50,00	0,00	$\overline{\lg N} - \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}$
3	15,90	—1,00	$\overline{\lg N} - \left(S_{\lg N}\,\psi_2 \sqrt{\frac{n-1}{n}} + \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}\right)$
4	84,10	1,00	$\overline{\lg N} + \left(S_{\lg N}\,\psi_2 \sqrt{\frac{n-1}{n}} + \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}\right)$
5	50,00	0,00	$\overline{\lg N} + \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}$
6	15,90	—1,00	$\overline{\lg N} - \left(S_{\lg N}\,\psi_1 \sqrt{\frac{n-1}{n}} - \frac{S_{\lg N}}{\sqrt{n}}\,t_{\beta k}\right)$

Критерии для неприятия резко выделяющихся наблюдений. В некоторых случаях рассеяние результатов может быть связано с грубыми ошибками в условиях проведения испытаний. При этом сомнительные результаты необходимо исключать из рассмотрения путем применения специальных статистических критериев. Широко применяют критерии Ирвина, Романовского, Груббса [33, 35]. Также можно использовать 3σ-критерий, при этом если значения, например, ресурсов выходят за пределы интервала $\overline{\lg N} \pm 3S_{\lg N}$, то с доверительной вероятностью $\beta = 0{,}997$ можно утверждать, что они не принадлежат к рассматриваемой выборке.

Проверка нормальности выборочного распределения. При статистической обработке результатов испытаний (например, при построении функций распределения контактно-усталостных ресурсов) в сомнительных случаях необходимо проверять нормальность распределения. Эта проверка проводится по статистическим критериям согласия χ^2-Пирсона, Колмогорова, ω^2 [33, 35]. Критерий согласия χ^2-Пирсона является наиболее состоятельным. Его состоятельность состоит в том, что он почти всег-

да опровергает неверную гипотезу. Этот критерий обеспечивает минимальную ошибку в принятии неверной гипотезы по сравнению с другими критериями. Критерий χ^2-Пирсона рекомендуется применять при больших выборках ($n>100$) и в тех случаях, когда теоретические значения параметров функции распределения неизвестны. Если теоретические значения параметров функции распределения известны, то лучшим является критерий Колмогорова. Этот критерий применим также и при неизвестных параметрах, но в этом случае он дает несколько завышенные оценки. Критерий Колмогорова рационально применять при больших выборках ($n>$ >100), а ω^2 — при малых выборках. Критерий не требует разбиения результатов испытаний на интервалы, однако приводит к громоздким вычислениям при больших объемах выборки. Подробная методика проверки нормальности распределений применительно к усталостным испытаниям приведена в работе [35].

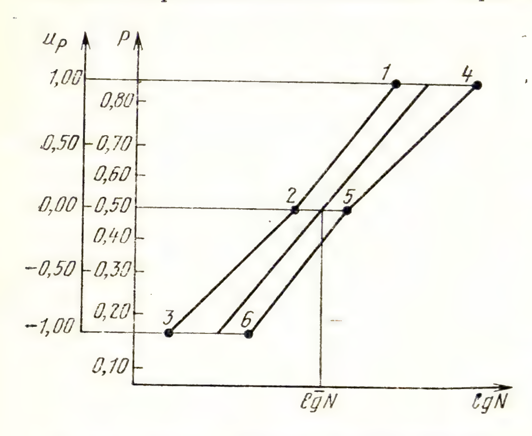


Рис. 20. График функции распределения с доверительными интервалами (координаты точек 1—6 приведены в табл. 20)

Пример. Оборудование — испытательная машина типа МКВ-КМ, моделирующая схему нагружения качения без проскальзывания (гл. 4, п. 1). Частота нагружения образца 1000 Гц. Смазочный материал образцов и контртел — масло «индустриальное 20». Уровень напряжения 6000 МПа. Испытания проводили на ограниченной базе. Значение базы испытаний $N_б=350\cdot10^6$. Критерием разрушения являлось наличие на контактной поверхности единичного выкрашивания диаметром, превышающим 50% малой полуоси пятна контакта. Момент разрушения фиксировали электронным автоматическим выключателем. Образец — со сферической рабочей частью диаметром 6 мм. Контртела — цилиндрические диски диаметром 150 мм. Материал образцов и контртел — подшипниковая сталь ШХ15 твердостью *HRC* 62. Шероховатость поверхности рабочей части образца — $Ra\leqslant0{,}32$ мкм. Оценка параметров функции распределения контактно-усталостного ресурса основана на логарифмически-нормальном распределении. Вариационный ряд ресурсов образцов и первичная статистическая обработка приведены в табл. 16. По формулам (39), (40), используя данные табл. 16, методом наименьших квадратов находим

$$\lg \overline{N} = \frac{243{,}4344 \cdot 20{,}981 - (-7{,}799)(59{,}7235)}{30 \cdot 20{,}981 - (7{,}799)^2} = 8{,}1908;$$

$$S_{\lg N} = \frac{30\,(-57{,}7235) - (-7{,}799)\,243{,}4344}{30 \cdot 20{,}981 - (7{,}799)^2} = 0{,}293;$$

$$\lg N_{p_j} = 8{,}1908 + 0{,}293 U_{p_j}.$$

Таблица 16

j	P_j	U_{P_j}	$U^2_{P_j}$	$N_j \cdot 10^{-6}$	$\lg N_j$	$\lg N_j U_{P_j}$
1	0,014	—2,197	4,827	49,30	7,6928	—16,9011
2	0,043	—1,717	2,948	51,60	7,7126	—13,2426
3	0,071	—1,468	2,155	55,00	7,7403	—11,3628
4	0,100	—1,282	1,644	58,70	7,7686	—9,9593
5	0,129	—1,131	1,279	60,40	7,7810	—8,8003
6	0,157	—1,007	1,014	63,80	7,8048	—7,8594
7	0,186	—0,805	0,805	76,50	7,8836	—7,0716
8	0,214	—0,793	0,629	80,10	7,9036	—6,2675
9	0,243	—0,697	0,486	89,90	7,9537	—5,5437
10	0,271	—0,610	0,372	97,70	7,9898	—4,8738
11	0,300	—0,524	0,275	110,20	8,0421	—4,2141
12	0,329	—0,443	0,196	117,30	8,0692	—3,5746
13	0,357	—0,367	0,135	121,40	8,0842	—2,9669
14	0,386	—0,290	0,084	129,60	8,1126	—2,3526
15	0,414	—0,217	0,047	141,30	8,1501	—1,7685
16	0,443	—0,143	0,020	146,80	8,1666	—1,1678
17	0,471	—0,073	0,005	157,00	8,1958	—0,5983
18	0,500	0,000	0,000	173,40	8,2390	0,0000
19	0,529	0,073	0,005	179,40	8,2538	0,6025
20	0,557	0,143	0,020	180,30	8,2559	1,1806
21	0,586	0,217	0,047	182,10	8,2603	1,7924
22	0,614	0,290	0,084	189,70	8,2780	2,4006
23	0,643	0,367	0,135	202,60	8,3066	3,0485
24	0,671	0,443	0,196	217,40	8,3372	3,6934
25	0,700	0,524	0,275	222,50	8,3473	4,3740
26	0,729	0,610	0,372	241,90	8,3836	5,1140
27	0,757	0,697	0,486	243,70	8,3868	5,8456
28	0,786	0,793	0,629	252,10	8,4015	6,6624
29	0,814	0,805	0,805	274,60	8,4387	7,5357
30	0,843	1,007	1,014	311,00	8,4927	8,5522
31	—	—	—	База	—	—
32	—	—	—	»	—	—
33	—	—	—	»	—	—
34	—	—	—	»	—	—
35	—	—	—	»	—	—

$$\sum_{1}^{30} U_{P_j} = -7{,}799; \quad \sum_{1}^{30} U^2_{P_j} = 20{,}981; \quad \sum_{1}^{30} \lg N_j = 243{,}4344;$$

$$\sum_{1}^{30} \lg N_j U_{P_j} = -57{,}7235$$

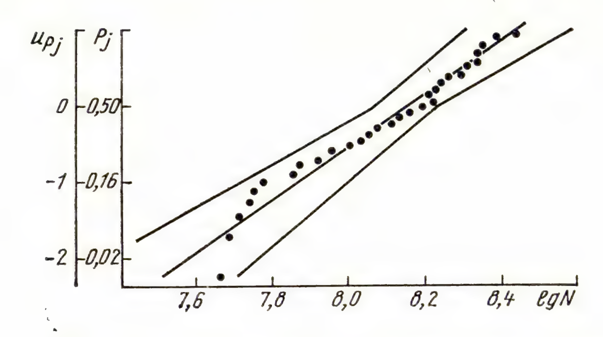


Рис. 21. График функции распределения с доверительными интервалами

Задаваясь доверительной вероятностью $\beta=0{,}90$, по формулам (41)—(43) определяем доверительные интервалы для математического ожидания a, стандартного отклонения σ и дисперсии σ^2: $8{,}1069<a<8{,}2746$; $0{,}243<\sigma<0{,}362$; $0{,}059<<\sigma^2<0{,}131$.

Таблица 17

Номер точки	Значения ординаты		Значения абсциссы
	P_j	U_{Pj}	
1	84,10	1,00	8,3499
2	50,00	0,00	8,1069
3	15,90	—1,00	7,7454
4	84,10	1,00	8,6361
5	50,00	0,00	8,2746
6	15,90	—1,00	8,0317

По расчетным формулам табл. 15 определяем значения координат для построения доверительных интервалов функции распределения контактно-усталостного ресурса (табл. 17). График функции распределения контактно-усталостного ресурса с доверительными интервалами приведен на рис. 21.

3. Статистический анализ результатов сравнительных испытаний

При отработке конструктивно-технологических вариантов, статистическом контроле качества материала, решении задач дисперсионного анализа возникает необходимость оценки значимости или случайности расхождения в выборочных средних значениях и дисперсиях контактно-усталостных характеристик. Для проведения статистического анализа необходимо построить вариационные ряды ресурсов (чисел циклов) для сравниваемых партий и произвести первичную статистическую обработку, порядок которой указан в табл. 10; определить параметры эмпирических распределений для каждой сравниваемой партии; выявить грубые ошибки при испытании образцов, проверить соот-

ветствие распределения, если имеется сомнение в правильности выбора закона распределения (см. гл. 5, п. 2).

При проведении статистического анализа уровни значимости принимают $\alpha=0{,}05$ и $\alpha=0{,}10$ и уровни доверительной вероятности $\beta=0{,}95$ и $\beta=0{,}90$. Порядок проверки однородности дисперсий и равенства средних в сравниваемых партиях приведен в табл. 18, 19.

4. Построение кривых контактной усталости

Для построения кривых контактной усталости применяют графическую обработку или регрессионный анализ результатов испытаний. Результаты испытаний обрабатывают графически, когда оценка параметров уравнения не обязательна. При графической обработке для построения кривых контактной усталости испытывают серию одинаковых образцов на четырех — шести уровнях напряжений. Далее строят графики функций распределения ресурсов для заданных уровней напряжения и по этим графикам (рис. 22), задаваясь определенной вероятностью, находят числа циклов, соответствующие заданной вероятности разрушения и напряжению, и строят кривые контактной усталости для различных уровней вероятности разрушения. Уровни вероятности разрушения принимают равными 0,01; 0,10; 0,30; 0,50; 0,70. Кривые контактной усталости строят в полулогарифмических координатах (ординаты — наибольшие значения напряжений цикла $\sigma_{наиб}$, абсциссы—логарифмы чисел циклов до разрушения), или в двойных логарифмических координатах $\lg(\sigma_{наиб})—\lg N$.

Метод регрессионного анализа позволяет получить параметры уравнения кривой контактной усталости, соответствующие вероятности разрушения $P=50\%$ при ограниченном объеме партии образцов; параметры уравнений кривых кон-

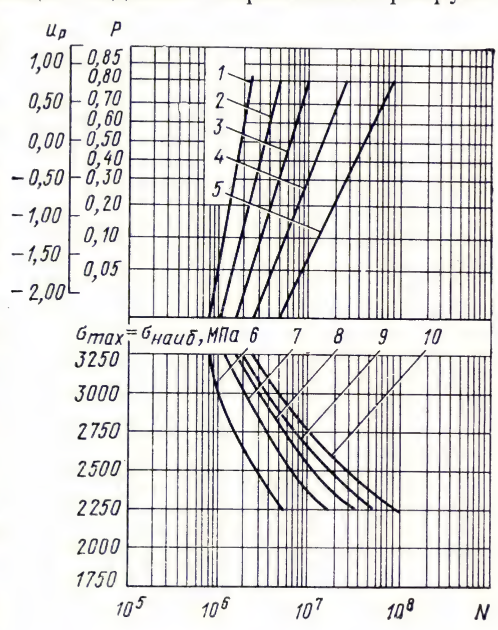


Рис. 22. Вероятностная диаграмма контактной усталости:

1 — $\sigma_{z\,max}=3300$ МПа; *2* — $\sigma_{z\,max}=3050$ МПа; *3* — $\sigma_{z\,max}=2800$ МПа; *4* — $\sigma_{z\,max}=2550$ МПа; *5* — $\sigma_{z\,max}=2300$ МПа; *6* — $P=0{,}01$; *7* — $P=0{,}10$; *8* — $P=0{,}30$; *9* — $P=0{,}50$; *10* — $P=70$

Гипотеза	Критерий проверки гипотезы
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2$	$F = \left(S_y^2\right)_1 / \left(S_y^2\right)_2$; $S_y^2 = S_{\lg N}^2$; $\left(S_y^2\right)_1 > \left(S_y^2\right)_2$
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_m^2$	$G = \left(S_y^2\right)_{\max} \Big/ \sum_{i=1}^{m} \left(S_y^2\right)_i$; $\left(S_y^2\right)_{\max}$ — наибольшая дисперсия
$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \ldots = \sigma_m^2$	$\chi^2 = \frac{2,3026}{\eta}\left[\lg S^2\left(\sum_{i=1}^{m} n_i - m\right) - \sum_{i=1}^{m}(n_i - 1)\lg\left(S_y^2\right)_i\right]$; $\eta = 1 + \frac{1}{3(m-1)}\left(\sum_{i=1}^{m}\frac{1}{n_i - 1} - \frac{1}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m}\right)$; $S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m}(n_i - 1)\left(S_y^2\right)_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m}$

тактной усталости с доверительными интервалами для различных уровней вероятности разрушения при испытаниях в статистическом аспекте.

При регрессионном анализе за независимую величину принимают $x = f_1(\sigma_{наиб})$, зависимой величиной является $y = f_2(N)$. Вид функции $x = f_1(\sigma)$ выбирают из условия линейности зависимости $y = f(x)$. Применительно к контактной усталости условию линейности обычно удовлетворяет экспоненциальное или степенное уравнение кривой контактной усталости. При этом функ-

Таблица 18

Число степеней свободы	Гипотеза принимается, если удовлетворяется неравенство	Примечание
$k_1=n_1-1$; $k_2=n_2-1$	$F<F_\alpha$; F_α (см. табл. 20); α—уровень значимости	Критерий Фишера применим при неодинаковом числе образцов (n_1 и n_2) в сравниваемых партиях
$k_1=n-1$; $k_2=m$—число сравниваемых партий	$G<G_\alpha$; G_α (табл. 21); α—уровень значимости	Критерий Кохрена применим при одинаковом числе образцов в сравниваемых партиях
$k=m-1$; n_i—число образцов в i-й партии, m—число сравниваемых партий	$\chi^2<\chi^2_\alpha$ χ^2_α (табл. 22)	Критерий Бартлета применим при неодинаковом числе образцов в сравниваемых партиях

ция $x=f_1(\sigma_{наиб})$ выражается как $x=\sigma_{наиб}$ или $x=\lg\sigma_{наиб}$.

В основе регрессионного анализа лежат следующие постулаты: при каждом значении $x=\sigma_{наиб}$ или $x=\lg\sigma_{наиб}$ величина $y=\lg N$ распределена нормально; среднее значение логарифма чисел циклов $\bar{y}=\lg\overline{N}$, соответствующее данному значению x, является линейной функцией.

При этом уравнение теоретической линии регрессии имеет вид

$$\eta=\alpha+\beta(x-\bar{x}). \qquad (44)$$

Таблица 19

Гипотеза	Критерий проверки гипотезы	Число степеней свободы	Гипотеза принимается, если удовлетворяется условие	Примечание
$a_1 = a_2$	$t = \frac{\lvert \bar{y}_1 - \bar{y}_2 \rvert}{S\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}$; $\bar{y} = \overline{\lg N}$; $S = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)\left(S_y^2\right)_1 + (n_2 - 1)\left(S_y^2\right)_2}{n_1 + n_2 - 2}}$	$k = n_1 + n_2 - 2$; n_1 и n_2 — число образцов в первой и второй партиях	$t < t_{\beta k}$; $t_{\beta k}$ (см. табл. 13) β—уровень доверительной вероятности	Критерий Стьюдента применим при $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$
$a_1 = a_2$	$t = \frac{\lvert \bar{y}_1 - \bar{y}_2 \rvert}{\sqrt{\frac{\left(S_y^2\right)_1}{n_1} + \frac{\left(S_y^2\right)_2}{n_2}}}$	$k = \frac{(n_1 - 1)(n_2 - 1)}{(n_1 - 1)(1 - q)^2 + (n_2 - 1) q^2}$; $q = \frac{\left(S_y^2\right)_1 n_2}{\left(S_y^2\right)_1 n_2 + \left(S_y^2\right)_2 n_1}$	$t < t_{\beta k}$; $t_{\beta k}$ (см. табл. 13)	Критерий применим при $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

Таблица 20

Значения критерия Фишера F при 5%-ном уровне значимости

k_2	Значения критерия Фишера при k_1								
	1	2	3	4	5	6	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	244,9	249,0	254,3
2	18,5	19,2	19,2	19,3	19,3	19,3	19,4	19,4	19,5
3	10,1	9,6	9,3	9,1	9,0	8,9	8,7	8,6	8,5
4	7,7	6,9	6,6	6,4	6,3	6,2	5,9	5,8	5,6
5	6,6	5,8	5,4	5,2	5,1	5,0	4,7	4,5	4,4
6	6,0	5,1	4,8	4,5	4,4	4,3	4,0	3,8	3,7
7	5,5	4,7	4,4	4,1	4,0	3,9	3,6	3,4	3,2
8	5,3	4,5	4,1	3,8	3,7	3,6	3,3	3,1	2,9
9	5,1	4,3	3,9	3,6	3,5	3,4	3,1	2,9	2,7
10	5,0	4,1	3,7	3,5	3,3	3,2	2,9	2,7	2,5
11	4,8	4,0	3,6	3,4	3,2	3,1	2,8	2,6	2,4
12	4,8	3,9	3,5	3,3	3,1	3,0	2,7	2,5	2,3
13	4,7	3,8	3,4	3,2	3,0	2,9	2,6	2,4	2,2
14	4,6	3,7	3,3	3,1	3,0	2,9	2,5	2,3	2,1
15	4,5	3,7	3,3	3,1	2,9	2,8	2,5	2,3	2,1
16	4,5	3,6	3,2	3,0	2,9	2,7	2,4	2,2	2,0
17	4,5	3,6	3,2	3,0	2,8	2,7	2,4	2,2	2,0
18	4,4	3,6	3,2	2,9	2,8	2,7	2,3	2,1	1,9
19	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
20	4,4	3,5	3,1	2,9	2,7	2,6	2,3	2,1	1,9
22	4,3	3,4	3,1	2,8	2,7	2,6	2,2	2,0	1,8
24	4,3	3,4	3,0	2,8	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
26	4,2	3,4	3,0	2,7	2,6	2,5	2,2	2,0	1,7
28	4,2	3,3	3,0	2,7	2,6	2,4	2,1	1,9	1,7
30	4,2	3,3	2,9	2,7	2,5	2,4	2,1	1,9	1,6
40	4,1	3,2	2,9	2,6	2,5	2,3	2,0	1,8	1,5
60	4,0	3,2	2,8	2,5	2,4	2,3	1,9	1,7	1,4
120	3,9	3,1	2,7	2,5	2,3	2,2	1,8	1,6	1,3
∞	3,8	3,0	2,6	2,4	2,2	2,1	1,8	1,5	1,0

Зависимость величины y от уровня напряжения должна быть известна. Дисперсии на заданных уровнях напряжений могут быть однородны или обратно пропорциональны напряжению, т. е. $\sigma^2=\sigma_0^2 1/\omega(x)$, где σ_0^2 — параметр.

Зависимость $\omega(x)$ устанавливают на основании опытных данных и может быть представлена в аналитической и графической формах. Оценкой уравнения теоретической линии регрессии является уравнение эмпирической линии

$$\hat{y}=a+b(x-\bar{x}). \tag{45}$$

Оценку параметров уравнения производят следующим образом. По формулам (37)—(40) оценивают параметры функций распределения контактно-усталостных ресурсов ($\overline{\lg N}$; $S_{\lg N}$) для

Таблица 21

Значения критерия Кохрена G_α при 5%-ном уровне значимости

k_2	Значения критерия Кохрена при k_1													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	16	36	144	∞
2	0,999	0,973	0,939	0,906	0,877	0,853	0,833	0,916	0,801	0,788	0,734	0,660	0,581	0,500
3	0,967	0,871	0,798	0,746	0,707	0,677	0,653	0,633	0,617	0,603	0,547	0,475	0,403	0,333
4	0,907	0,768	0,684	0,629	0,590	0,560	0,537	0,518	0,502	0,488	0,437	0,372	0,309	0,250
5	0,841	0,684	0,598	0,544	0,507	0,478	0,456	0,439	0,424	0,412	0,365	0,307	0,251	0,200
6	0,781	0,616	0,532	0,480	0,445	0,418	0,398	0,382	0,368	0,357	0,314	0,261	0,212	0,167
7	0,727	0,561	0,480	0,431	0,397	0,373	0,354	0,338	0,326	0,315	0,276	0,228	0,183	0,143
8	0,680	0,516	0,438	0,391	0,360	0,336	0,319	0,304	0,293	0,283	0,246	0,202	0,162	0,125
9	0,639	0,478	0,403	0,358	0,329	0,307	0,290	0,277	0,266	0,257	0,223	0,182	0,145	0,111
10	0,602	0,445	0,373	0,331	0,303	0,282	0,267	0,254	0,244	0,235	0,203	0,166	0,131	0,100
12	0,541	0,392	0,326	0,288	0,262	0,244	0,230	0,219	0,210	0,202	0,174	0,140	0,110	0,833
15	0,471	0,335	0,276	0,242	0,220	0,203	0,191	0,182	0,174	0,167	0,143	0,114	0,089	0,067
20	0,389	0,271	0,221	0,192	0,174	0,160	0,150	0,142	0,136	0,130	0,111	0,088	0,068	0,050
24	0,343	0,255	0,191	0,166	0,149	0,137	0,129	0,122	0,116	0,111	0,094	0,074	0,057	0,042
30	0,293	0,198	0,159	0,138	0,124	0,114	0,106	0,100	0,096	0,092	0,077	0,060	0,046	0,033

Таблица 22

Значения $\chi_{\beta k}$ в зависимости от доверительной вероятности β и числа степеней свободы

k	β				k	β			
	0,90	0,95	0,98	0,99		0,90	0,95	0,98	0,99
2	0,211	0,103	0,040	0,020	16	9,312	7,962	6,614	5,812
3	0,584	0,352	0,185	0,115	17	10,085	8,672	7,255	6,408
4	1,064	0,711	0,429	0,297	18	10,865	9,390	7,906	7,015
5	1,610	1,145	0,752	0,554	19	11,651	10,117	8,567	7,633
6	2,204	1,635	1,134	0,872	20	12,443	10,851	9,237	8,260
7	2,883	2,167	1,564	1,239	21	13,240	11,591	9,915	8,897
8	3,490	2,733	2,032	1,646	22	14,041	12,338	10,600	9,542
9	4,168	3,325	2,532	2,088	23	14,848	13,091	11,293	10,196
10	4,865	3,940	3,059	2,558	24	14,659	13,848	11,992	10,856
11	5,578	4,575	3,609	3,053	25	16,473	14,611	12,097	11,524
12	6,304	5,226	4,178	3,571	26	17,292	15,379	12,409	12,198
13	7,042	5,892	4,765	4,107	27	18,114	16,151	14,125	12,879
14	7,790	6,571	5,368	4,660	28	18,939	16,928	14,847	13,565
15	8,547	7,261	5,985	5,229	29	19,768	17,708	15,574	14,256
					30	20,599	18,493	16,306	14,953

заданных уровней напряжения. По табл. 18 проверяют однородность дисперсий на заданных уровнях напряжения. При независимости дисперсий от уровня напряжений в формулах (46)—(48), (50)—(54) принимают $\omega_i=1$. Методом наименьших квадратов оценивают параметры уравнения эмпирической линии регрессии:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i x_i}{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i}; \qquad (46)$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i}; \qquad (47)$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i (x_i - \bar{x}) \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i (x_i - \bar{x})^2}, \qquad (48)$$

где $\omega_i n_i$ — «веса» точек; m — число уровней напряжений; n_i — число образцов, испытанных на заданном уровне напряжения

($i=1, 2, 3, ..., m$; $\bar{y}_i=\overline{\lg N_i}$ — среднее значение логарифма чисел циклов, соответствующее вероятности разрушения $P=50\%$ (см. гл. 5 ,п. 1).

Адекватность уравнения регрессии проверяют по критерию Фишера (см. гл. 5, п. 3):

$$F=\frac{S^2_{ад}}{S^2_{воспр}}; \tag{49}$$

$$S^2_{ад}=\frac{\sum_{i=1}^{m}\omega_i n_i(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2}{m-2}; \tag{50}$$

$$S^2_{воспр}=\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\omega_i(y_{ij}-\bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{m}n_i-m}, \tag{51}$$

где $S^2_{ад}$ — дисперсия адекватности; $S^2_{воспр}$ — дисперсия воспроизводимости; n_i — число образцов, испытанных на i-м уровне напряжения; y_{ij} — значение логарифма чисел циклов j-го образца, испытанного на i-м уровне напряжения; $\hat{y}_i$ — значение логарифма чисел циклов на i-м режиме нагружения, рассчитанное по уравнению регрессии.

При проведении испытаний на ограниченной базе (см. гл. 4, п. 4) при расчете дисперсии воспроизводимости ($S^2_{воспр}$) значения y_{ij}, превышающие величину ограниченной базы испытаний, определяют экстраполяцией прямых, аппроксимирующих функции распределения контактно-усталостных ресурсов.

Если рассчитанное значение критерия F не превышает табличного для уровня значимости α (обычно $\alpha=0{,}05$) и чисел степеней свободы $k_2=\sum_{i=1}^{m}n_i-m$ и $k_1=m-2$ (см. табл. 20), то регрессионное уравнение адекватно.

При этом дисперсии объединяют в общую оценку:

$$S^2=\frac{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}\omega_i(y_{ij}-\bar{y}_i)^2+\sum_{i=1}^{m}\omega_i n_i(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^{m}n_i-m\right)+m-2}. \tag{52}$$

Оценку дисперсий параметров уравнения эмпирической линии регрессии и величины $\hat{y}$ производят по формулам:

$$S^2_a=\frac{S^2}{\sum_{i=1}^{m}\omega_i n_i}; \tag{53}$$

$$S_b^2 = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^{m} \omega_i n_i (x_i - \bar{x})^2}; \tag{54}$$

$$S_{\hat{y}}^2 = S_a^2 + S_b^2 (x_i - \bar{x})^2. \tag{55}$$

Доверительные интервалы для параметров уравнения теоретической линии регрессии и генерального среднего значения определяют по формулам:

$$a - t_{\beta k} S_a < \alpha < a + t_{\beta k} S_a; \tag{56}$$

$$b - t_{\beta k} S_b < \beta < b + t_{\beta k} S_b; \tag{57}$$

$$\hat{y} - t_{\beta k} S_{\hat{y}} < \eta < \hat{y} + t_{\beta k} S_{\hat{y}}, \tag{58}$$

где $t_{\beta k}$ — критерий Стьюдента, определяемый по табл. 13 для доверительной вероятности β и числа степеней свободы $k = \sum_{i=1}^{m} n_i - 2$.

Используя регрессионное уравнение и зависимость дисперсии величины y от уровня напряжения, строят кривые контактной усталости для различных уровней вероятности разрушения. Оценку ресурса при напряжении $(\sigma_{наиб})_i$ и заданном уровне вероятности разрушения производят по формуле

$$N_i = \exp[2{,}3026 (U_p S_i + \hat{y}_i)]. \tag{59}$$

Пример аналитического описания левой ветви кривой контактной усталости для схемы качения с внешней касательной нагрузкой. Оборудование, условия проведения испытаний методы отбора образцов, расчет напряженного состояния в зоне контакта, режимы испытаний, расчеты эквивалентных напряжений соответствуют данным в гл. 4, п. 3. Результаты испытаний образцов на контактную усталость подвергали статистической обработке. По гл. 5, п. 2 для каждого режима испытаний оценивали параметры функций распределения контактно-усталостных

Таблица 23

Номер режима испытаний	$\frac{\sigma_{экв}}{9,81}$	$\overline{\lg N}$	$\bar{N} \cdot 10^{-6}$ (цикл)	$S_{\lg N}$	$S^2_{\lg N}$
1	82,70	8,5185	329,98	0,334	0,112
2	105,74	7,6745	47,26	0,286	0,082
3	114,17	7,4576	28,68	0,258	0,067
4	144,48	6,4546	2,85	0,158	0,025
5	127,42	6,9559	9,04	0,247	0,061
6	128,27	7,0914	12,34	0,228	0,052
7	143,52	6,6567	4,54	0,184	0,034

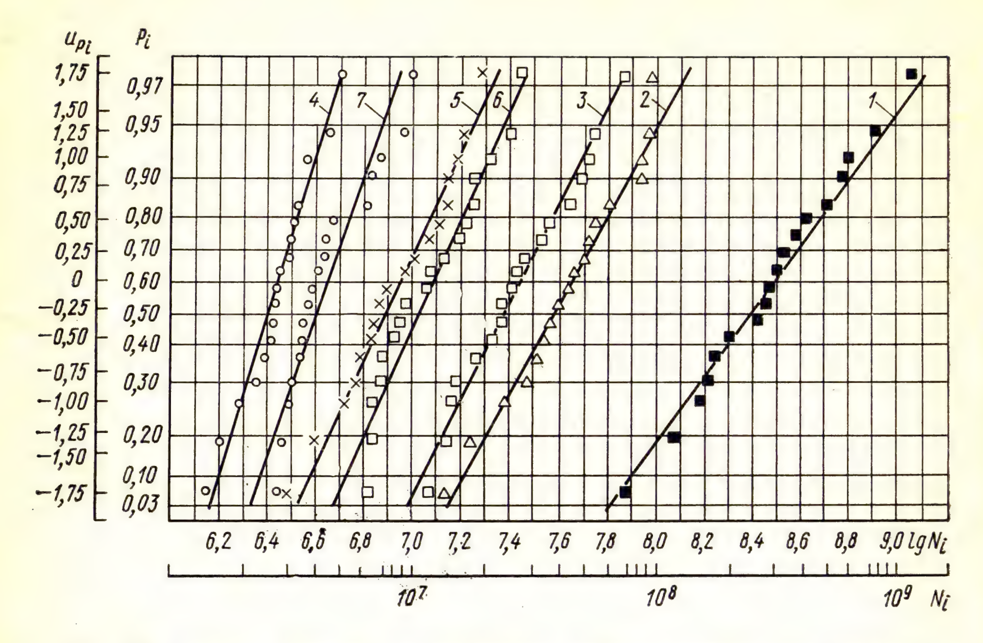


Рис. 23. Графики функций распределения контактно-усталостного ресурса: *1* — $\sigma_{экв}=811{,}3$ МПа; *2* — $\sigma_{экв}=1037{,}3$ МПа; *3* — $\sigma_{экв}=1120{,}0$ МПа; *4* — $\sigma_{экв}=1417{,}3$ МПа; *5* — $\sigma_{экв}=1250{,}0$ МПа; *6* — $\sigma_{экв}=1258{,}3$ МПа; *7* — $\sigma_{экв}=1407{,}9$ МПа

ресурсов ($\overline{\lg N}$ и $S_{\lg N}$). Параметры функций распределения и графики функций приведены в табл. 23 и на рис. 23.

Однородность дисперсий проверяли по критерию Кохрена (см. гл. 5, п. 3), используя данные табл. 23:

$$G=\frac{\left(S^2_{\lg N}\right)_{\max}}{\sum\limits_{i=1}^{m}\left(S^2_{\lg N}\right)_i}=\frac{0,112}{0,433}=0{,}259.$$

Задаваясь уровнем значимости $\alpha=0{,}05$ при числах степеней свободы $K_1=n-1=18-1=17$ и $K_2=m=7$, по табл. 21 определяем $G_{0,05}=0{,}270$, $G<G_{0,05}$, гипотеза об однородности дисперсий принимается. По формулам (46)—(48) методом наименьших квадратов оцениваем параметры уравнения эмпирической линии регрессии. Последовательность вычисления параметров приведена в табл. 24. При расчете параметров уравнения принимаем $\omega_i=1$, так как дисперсии однородны:

$$\bar{x}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{m}n_i x_i}{\sum\limits_{i=1}^{m}n_i}=\frac{15233,4000}{126}=120{,}9000;$$

Таблица 24

Номер режима испытаний	$\frac{\sigma_{экв\ i}}{9,81}=x_i$	n_i	$\bar{y}_i=\lg\bar{N}_i$	$n_i x_i$	$n_i\bar{y}_i$	$n_i\bar{y}_i(x_i-\bar{x})$	$n_i\bar{y}_i(x_i-\bar{x})^2$	$n_i(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2$	$\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_i)^2$
1	82,70	18	8,5185	1488,5959	153,3330	—5857,3207	223749,6542	0,0517	1,7043
2	105,74	18	7,6745	1903,3199	138,1410	—2094,2176	31748,3417	0,0708	1,2515
3	114,17	18	7,4576	2055,0599	134,2367	—903,4138	6079,9765	0,0032	1,2246
4	144,48	18	6,4546	2600,6399	116,1827	2739,5903	64599,5361	0,0629	0,4887
5	127,42	18	6,9559	2293,5599	125,2061	816,3442	5322,5632	0,1681	0,9600
6	128,27	18	7,0914	2308,8599	127,6451	940,7448	6933,2877	0,0777	0,8270
7	143,52	18	6,6567	2583,3599	119,8205	2710,3417	61307,9243	0,2285	0,5583

$$\sum_{i=1}^{m} x_i = 846,3000; \quad \sum_{i=1}^{m} n_i = 126; \quad \sum_{i=1}^{m} \bar{y}_i = 50,8092; \quad \sum_{i=1}^{m} n_i x_i = 15233,4000;$$

$$\sum_{i=1}^{m} n_i\bar{y}_i = 914,5656; \quad \sum_{i=1}^{m} n_i\bar{y}_i(x_i-\bar{x}) = -1647,9311; \quad \sum_{i=1}^{m} n_i\bar{y}_i(x_i-\bar{x})^2 = 399741,2851; \quad \sum_{i=1}^{m} n_i(\bar{y}_i-\hat{y}_i)^2 = 0,6629;$$

$$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i}(y_{ij}-\bar{y}_i)^2 = 7,0144$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i \bar{y}_i}{\sum_{i=1}^{m} n_i} = \frac{914,5656}{126} = 7,2584;$$

$$b = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i \bar{y}_i (x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^{m} n_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{-1647,9311}{399741,2851} = -0,0315;$$

$$\hat{y}_i = 7,2584 - 0,0315 (x_i - 120,9000).$$

По формулам (49)—(51) проверяем адекватность уравнения регрессии:

$$S^2_{\text{ад}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{m-2} = \frac{0,6629}{5} = 0,1326;$$

$$S^2_{\text{воспр}} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i - m} = \frac{7,0144}{119} = 0,0589;$$

$$F = \frac{S^2_{\text{ад}}}{S^2_{\text{воспр}}} = \frac{0,1326}{0,0589} = 2,25.$$

Задаваясь уровнем значимости $\alpha = 0,05$, при числах степеней свободы $K_2 = \sum_{i=1}^{m} n_i - m = 126 - 7 = 119$ и $K_1 = m - 2 = 7 - 2 = 5$ по табл. 20 определяем $F_{0,05} = 2,30$. Так как $F < F_{0,05}$ гипотеза об адекватности уравнения регрессии принимается. По формуле (52) объединяем дисперсии в общую оценку:

$$S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2 + \sum_{i=1}^{m} n_i (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{\left(\sum_{i=1}^{m} n_i - m\right) + (m-2)} =$$

$$= \frac{7,0144 + 0,6629}{124} = 0,0619.$$

По формулам (53)—(55) оцениваем дисперсии параметров уравнения эмпирической линии регрессии и величины:

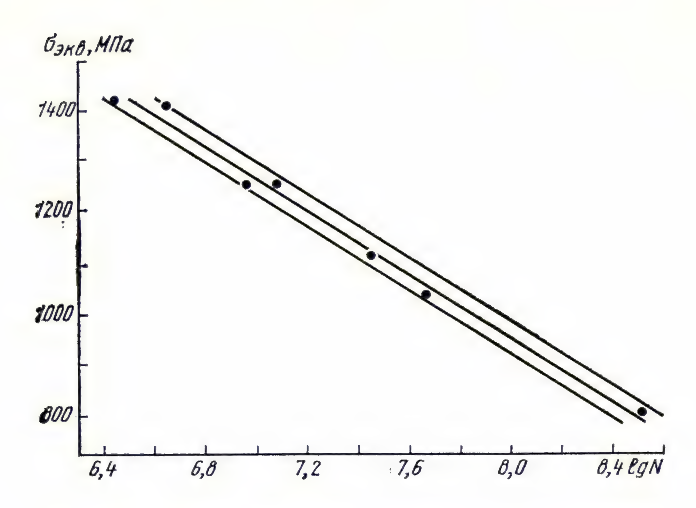


Рис. 24. Кривая контактной усталости с доверительными интервалами

$$S_a^2 = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i} = \frac{0,0619}{126} = 0,0005;$$

$$S_b^2 = \frac{S^2}{\sum_{i=1}^{m} n_i (x_i - \bar{x})^2} = \frac{0,0619}{52179,63} \approx 10^{-6};$$

$$S_{\hat{y}}^2 = S_a^2 + S_b^2 (x_i - \bar{x})^2 = 0,0005 + 10^{-6} (x_i - \bar{x})^2.$$

Для уровня доверительной вероятности $\beta = 0,95$ по формулам (56), (57) определяем доверительные интервалы для параметров уравнения теоретической линии регрессии $7,2151 < \alpha < 7,3017$; $0,0295 < \beta < 0,0335$.

Кривая контактной усталости с доверительными интервалами для вероятности разрушения $P = 50\%$ приведена на рис. 24.

Глава 6

ОПТИМАЛЬНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ЭКСПЕРИМЕНТА

В последние годы методы математической статистики и планирования эксперимента совершенствовались и особенно успешно развивались в применении к инженерным задачам. К сожалению, в большинстве случаев эксперименты, связанные с исследованием усталостной и контактно-усталостной прочности материалов и деталей машин, проводятся в традиционной по-

становке, которая предусматривает поочередное изменение факторов по одному, с фиксированием остальных на определенных уровнях. При такой постановке задачи эффективность эксперимента весьма мала. Теория планирования позволяет решить техническую задачу так, чтобы был оптимальным результат или способ его получения. В данной главе сжато изложены некоторые положения теории планирования эксперимента [1], относящиеся к разработке математической модели процесса.

Выбор факторов (контролируемых переменных) и параметра оптимизации (отклика). Факторы могут быть количественными (например, напряжение, количество смазки, шероховатость) и качественными (например, различные технологические методы упрочнения поверхностей). В процессе проведения эксперимента факторы должны быть управляемыми, т. е., выбрав нужное значение фактора, необходимо поддерживать его постоянным в течение всего опыта. Точность измерения факторов должна быть высокой. Степень точности определяется диапазоном изменения фактора.

Если факторы измеряются с большой погрешностью или значение фактора трудно поддерживать постоянным на выбранном уровне, то следует пользоваться работой [1]. Факторы между собой не должны быть линейно связаны, т. е. установление фактора на любом уровне должно проводиться независимо от уровней других факторов. Интервал или шаг варьирования фактора служит для перехода от натуральных значений к кодированным. При этом верхний уровень фактора соответствует +1, нижний —1, а основной —0. Перевод натуральных значений фактора к кодированным значениям производят по формуле

$$x_j = \frac{\tilde{x}_j - \tilde{x}_{j0}}{I_j}, \tag{60}$$

где x_j и $\tilde{x}_j$ — кодированное и натуральное значение j-го фактора; $\tilde{x}_{j0}$ — натуральное значение j-го фактора на основном уровне; I_j — интервал варьирования.

Если интервал варьирования составляет до 10% от области определения, то следует считать его узким, не более 30% — средним, более 30% — широким. Примеры факторов, подробные требования к выбору факторов приведены в работе [1].

Параметр оптимизации (отклик) есть результат изучаемого процесса. Он должен быть количественным. Если же нет способа количественного измерения отклика, то допустимо ранжирование значений отклика [1]. При выборе параметра оптимизации важна его статистическая эффективность, это требование сводится к выбору такого параметра оптимизации, который определяется с наименьшей дисперсией. Объект исследования может характеризоваться рядом параметров оптимизации, но рекомендуется выбирать только один, являющийся обобщенным. Способы построения обобщенных параметров оптимизации при-

ведены в работе [1]. Для уменьшения числа параметров оптимизации используют методы корреляционного анализа. При этом если имеется высокая статистическая значимость коэффициента парной корреляции, любой из двух анализируемых параметров оптимизации можно исключить. Желательно также, чтобы параметр оптимизации имел физический смысл, что связано с интерпретацией результатов эксперимента.

Выбор модели. Поверхность отклика аналитически можно представить в виде

$$M\{y\} = \eta = \psi(x_1, x_2, x_3, \ \ldots, x_k),$$

где y — параметр оптимизации; x_i — переменные факторы.

При планировании эксперимента функцию отклика наиболее удобно описывать полиномами различных степеней [1]. Для сокращения числа опытов на первой стадии исследования принимают полином первой степени или линейную модель. Такая модель хорошо предсказывает направление наискорейшего улучшения параметра оптимизации. Кроме того, она вполне пригодна для описания процессов в узком интервале. Только для описания почти стационарной (оптимальной) области необходимо пользоваться рядом, содержащим члены второго, иногда третьего порядка. Модель должна быть адекватна, т. е. предсказанное по модели значение отклика не должно отличаться от фактического больше чем на некоторую заранее заданную величину. В задачах планирования эксперимента очень часто используют полином, содержащий линейные члены и взаимодействия первого порядка:

$$M\{y\} = \eta = \beta_0 + \sum_i \beta_i x_i + \sum_{ij} \beta_{ij} x_i x_j, \qquad (61)$$

где β_0, β_i, β_{ij} — выборочные коэффициенты регрессии, определяемые по результатам эксперимента.

Из уравнения (61) получаем данные о влиянии факторов и их взаимодействий на изучаемый процесс, а также направление движения к оптимальной области.

1. Полный факторный эксперимент (ПФЭ)

ПФЭ реализует все возможные сочетания уровней факторов. Если число уровней фактора равно двум, а число факторов K, то число опытов для ПФЭ составляет $N = 2^K$.

Выборочное уравнение регрессии, например, для трехфакторного эксперимента имеет вид

$$\tilde{y} = \hat{M}\{y\} = b_0 + \sum_{i=1}^{3} b_i x_i + \sum_{ij} b_{ij} x_i x_j + b_{123} x_1 x_2 x_3. \qquad (62)$$

ПФЭ позволяет раздельно оценить коэффициенты регрессии b. Стандартная форма записи условий проведения экспериментов

тов в виде прямоугольной таблицы, строки которой отвечают опытам, столбцы — факторам, называется матрицей планирования. В качестве примера в табл. 25 приведена матрица планирования для трех факторов.

Таблица 25

Матрица планирования типа 2^3 и результаты опытов

Номер точки плана	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	Кодовое обозначение строк	Параметр оптимизации (отклик)
1	+	—	—	—	+	+	+	—	(1)	y_1
2	+	+	—	—	—	—	+	+	*a*	y_2
3	+	—	+	—	—	+	—	+	*b*	y_3
4	+	+	+	—	+	—	—	—	*ab*	y_4
5	+	—	—	+	+	—	—	+	*c*	y_5
6	+	+	—	+	—	+	—	—	*ac*	y_6
7	+	—	+	+	—	—	+	—	*bc*	y_7
8	+	+	+	+	+	+	+	+	*abc*	y_8

В табл. 25 по столбцам x_1, x_2, x_3 определяются условия опытов. Столбец фиктивной переменной x_0 служит для оценки свободного члена β_0. Столбцы x_1x_2, x_1x_3, x_2x_3, $x_1x_2x_3$ позволяют оценить эффекты взаимодействия факторов. В табл. 25 имеется столбец со значениями параметра оптимизации y. Матрицу планирования можно также представить геометрически [1]. Приемы составления матриц планирования, основанные на переходе от матриц меньшей размерности к матрицам большей размерности, приведены в работе [1].

Свойства полного факторного эксперимента. Матрицы ПФЭ обладают рядом свойств, делающих их оптимальным средством получения математической модели. Два свойства следуют непосредственно из построения матрицы. Первое из них — симметричность относительно центра эксперимента $\sum_{i=1}^{N} x_{ji} = 0$, где j — номер фактора, N — число опытов, $j = 1, 2, ..., K$. Второе свойство — условие нормировки $\sum_{i=1}^{N} x_{ji}^2 = N$. Третье свойство — ортогональность вектор-столбцов матрицы

$$\sum_{i=1}^{N} x_{ji}x_{ui} = 0; \quad j \neq i; \quad j,\ i = 0,\ 1,\ 2,\ .\ .\ .\ .\ ,\ K.$$

Последнее свойство — ротатабельность, т. е. свойство плана, позволяющее выразить дисперсию оценки функции отклика как функцию только расстояния от центра плана.

2. Дробный факторный эксперимент

При решении многих технических задач рационально применять дробный факторный эксперимент, который в сравнении с ПФЭ позволяет значительно сократить число опытов. Матрица планирования ПФЭ типа 2^3 (см. табл. 25) позволяет рассчитать восемь коэффициентов уравнения. Однако если процесс может быть описан линейной моделью, то для трехфакторного эксперимента достаточно определить четыре коэффициента (b_0, b_1, b_2, b_3) вместо восьми, а четыре степени свободы остаются для минимизации числа опытов. Рассмотрим матрицу планирования из четырех опытов (табл. 26). В матрице произведение факторов

Таблица 26

Номер опыта	(I) $x_3=x_1x_2$				Номер опыта	(II) $x_3=-x_1x_2$			
	x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$		x_1	x_2	x_3	$x_1x_2x_3$
1	+	+	+	+	1	+	+	—	—
2	—	—	+	+	2	—	—	—	—
3	+	—	—	+	3	+	—	+	—
4	—	+	—	+	4	—	+	+	—

x_1x_2 приравнено к фактору x_3, такую матрицу называют полурепликой 2^{3-1}. При этом матрица 2^{3-1} также обладает оптимальными свойствами (ортогональность, ротатабельность). Оценки коэффициентов модели матрицы 2^{3-1} получаются смешанными: $b_1 \to \beta_1+\beta_{23}$; $b_2 \to \beta_2+\beta_{13}$; $b_3 \to \beta_3+\beta_{12}$. Если приравнять x_3 к $(-x_1x_2)$, то получим вторую половину матрицы 2^3. При этом получается другая система смешивания оценок: $b_1 \to \beta_1-\beta_{23}$; $b_2 \to \beta_2-\beta_{13}$; $b_3 \to \beta_3-\beta_{12}$. В общем случае дробные реплики обозначают как 2^{k-p}, в которых p линейных эффектов приравнены к p эффектам взаимодействия.

Выбор реплик. Генерирующие соотношения и определяющие контрасты. Из матрицы планирования ПФЭ типа 2^3 можно построить только две полуреплики, приравняв x_3 к $(+x_1x_2)$ или к $(-x_1x_2)$.

Соотношения $x_3=x_1x_2$ или $x_3=-x_1x_2$ называют генерирующими соотношениями. Для произведения трех столбцов матрицы I выполняется соотношение $+1=x_1x_2x_3$, а матрицы II (табл. 26) $-1=x_1x_2x_3$. Символическое обозначение произведения столбцов, равного $+1$ или -1, называют определяющим контрастом. Контраст помогает определять смешанные эффекты. Так, если $1=x_1x_2x_3$, то для x_1 имеем

$$x_1 = x_1^2x_2x_3, \text{ так как } x_i^2 = 1. \quad (63)$$

Аналогично можно определить эффект смешения и для других факторов. Соотношение (63) показывает, что оценка b_1 будет смешана с b_{23}, или $b_1 \to \beta_1 + \beta_{23}$.

С ростом числа переменных (факторов) выбор оптимальных дробных реплик становится весьма сложным. Так, при построении реплики 2^{5-2} можно получить 12 вариантов планирования. Эффективность варианта планирования при этом будет зависеть от выбора системы смешивания линейных эффектов с эффектами взаимодействия. Различают регулярные и нерегулярные дробные реплики. Регулярные получают из ПФЭ типа 2^k делением пополам, на четыре части, восемь частей и т. д., на число, кратное двум. Так, полуреплика от 2^5 запишется в виде 2^{5-1}, а четверть реплики от 2^5 — в виде 2^{5-2}. Реплики типа $^3/_4$, $^5/_8$ и т. д. называют нерегулярными. Рекомендации по построению и выбору оптимальных дробных реплик приведены в работе [1].

3. Обработка результатов эксперимента

Коэффициент регрессии для любого числа факторов оценивают по формулам:

$$b_j = \frac{\sum_{i=1}^{N} y_i x_{ji}}{N}, \; j = 0, 1, \; . \; . \; . \; , k \text{ — номер фактора;} \qquad (64)$$

$$\bar{y}_i = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_{ij}}{n} \qquad (65)$$

($\bar{y}_i$ — средний отклик по n опытам в точке с номером i).

Проверка однородности дисперсий. Вычисляем построчную дисперсию параллельных опытов:

$$S^2 = \frac{\sum_{1}^{n} (y_q - \bar{y})^2}{n - 1}, \qquad (66)$$

где y_q — результат отдельного опыта в строке матрицы;

$\bar{y}$ — среднее арифметическое значение отклика в строке матрицы;

n — число параллельных опытов в строке матрицы.

Однородность построчных дисперсий матрицы проверяют с помощью различных статистических критериев: Фишера, Кохрена, Бартлета. Выбор критерия и расчетные формулы для проверки однородности дисперсий приведены в гл. 5, п. 3.

Дисперсия параметра оптимизации. Матрица планирования состоит из серии опытов и дисперсия всего эксперимента получается усреднением дисперсий всех опытов:

$$S^2_{\{y\}} = \frac{\sum_{1}^{N} \sum_{1}^{n} (y_{iq} - \bar{y}_i)^2}{N(n-1)}, \qquad (67)$$

где $i = 1, 2, ..., N$; $q = 1, 2, ..., n$; N — число строк в матрице (число опытов).

Формула (67) пригодна при одинаковом числе повторных опытов в каждой строке матрицы.

Дисперсия $S^2_{\{y\}}$, рассчитанная по формуле (67), имеет число степеней свободы $f = N(n-1)$. Если число повторных опытов различно в каждой строке матрицы, то дисперсию вычисляют по формуле

$$S^2_{\{y\}} = \frac{\sum_{i=1}^{N} f_i S_i^2}{\sum_{i=1}^{N} f_i}, \qquad (68)$$

где $f_1 = n_1 - 1$ — число степеней свободы в первом опыте; $f_2 = n_2 - 1$ и т. д.

Регрессионный анализ. Обычный регрессионный анализ основан на следующих постулатах [1].

1. Дисперсия параметра оптимизации y не зависит от абсолютной величины y. Выполнимость этого постулата проверяют критериями однородности дисперсий (см. гл. 5, п. 3). Нарушение постулата недопустимо. Если однородность отсутствует, прибегают к преобразованию y, которое делает дисперсии однородными (например, логарифмическое преобразование).

2. Значения факторов суть неслучайные величины. Это означает, что значения факторов измеряются со значительно меньшей ошибкой по сравнению с ошибкой воспроизводимости. Нарушение этого условия приводит к трудностям при реализации матрицы планирования.

3. Параметр оптимизации y — случайная величина с нормальным законом распределения. Эти требования см. в гл. 5, п. 4. При большом объеме выборки гипотеза о нормальности распределения может быть проверена рядом статистических критериев (см. гл. 5, п. 2).

Проверка значимости коэффициентов регрессии. Определяем дисперсию коэффициента регрессии $S^2_{\{b_i\}}$. При равномерном дублировании опытов по точкам с числом повторений n

$$S^2_{\{b_j\}} = \frac{S^2_{\{y\}}}{Nn}. \qquad (69)$$

Доверительный интервал

$$\Delta b_j = \pm t S_{\{b_j\}}, \qquad (70)$$

где t — табличное значение t-критерия Стьюдента при числе степеней свободы, с которыми определялась $S^2_{\{y\}}$, и выбранном уровне значимости (обычно 0,05). Коэффициент регрессии значим, если его абсолютная величина больше доверительного интервала.

Проверка адекватности модели. Дисперсию адекватности (остаточную дисперсию) вычисляем по формуле

$$S^2_{ад} = \frac{n \sum_{i=1}^{N} (\bar{y}_i - \hat{y}_i)^2}{f_{ад}}, \qquad (71)$$

где $\bar{y}_i$ — среднее значение параметра оптимизации в i-й точке плана, определяемое по формуле (65); $\hat{y}_i$ — значение параметра оптимизации в i-й точке плана, рассчитанное по математической модели; $f_{ад}$ — число степеней свободы. При расчете дисперсии адекватности число степеней свободы равно числу опытов минус число членов аппроксимирующего полинома, т. е. $f = N - (k+1)$.

Дисперсию параметра оптимизации определяем по формуле (67). Для проверки гипотезы об адекватности модели вычисляем значение критерия Фишера:

$$F = \frac{S^2_{ад}}{S^2_{\{y\}}}. \qquad (72)$$

Если значение F-критерия не превышает табличного (см. гл. 5, п. 3), то с соответствующей доверительной вероятностью (обычно 0,90 или 0,95) модель можно считать адекватной.

Проверка адекватности модели возможна лишь при $f_{ад} > 0$. Если число точек в плане равно числу определяемых коэффициентов регрессии ($N = k+1$), то не остается степеней свободы для проверки нуль-гипотезы об адекватности модели. Однако, как правило, при оценке значимости коэффициентов регрессии часть из них оказываются незначимыми и появляется возможность проверить адекватность модели. Если же все коэффициенты значимы, то необходимо провести дополнительный эксперимент в центре плана. При этом, если $b_0 - \bar{y}_0$ окажется статистически значимой, то модель неадекватна.

4. Пример планирования эксперимента для расчета напряжений $\sigma_{z\,max}$ с учетом формоизменений, вызванных пластическими деформациями

1. Цель испытаний — определение значений действительных контактных напряжений при воздействии факторов, наиболее ответственных за процесс пластического формоизменения рабочих поверхностей.

2. Оборудование — испытательная машина типа МИД (см. гл. 4), моделирующая схему нагружения качения без проскальзывания.

3. Условия проведения испытаний. Частота нагружения образца 500 Гц. Число образцов — три на каждом режиме нагружения. Смазочный материал — масло «индустриальное 20».

4. Образец — шар диаметром 12,66 мм. Контртело — цилиндрический диск диаметром 150 мм. Материал образцов и контртел — подшипниковая сталь ШХ15. Твердость образцов и контртел — *HRC* 57 и *HRC* 63. Шероховатость поверхности рабочей части образца — $Ra \leqslant 0{,}32$ мкм по ГОСТ 2789—73.

5. Выбор условий испытаний на основе метода факторного планирования.

Контролируемыми переменными являлись следующие факторы: $\sigma_{z\,max}$ — уровень максимального контактного напряжения (см. гл. 2); $\lg N$ — логарифм числа циклов нагружений шара, вращающегося между двумя контртелами; твердость шара и контртела. Значения уровней факторов определяли исходя из априорной информации. В качестве зависимой переменной отклика принята величина максимального напряжения в центре зоны контакта, которую определяли с учетом изменения геометрии рабочих поверхностей в зоне контакта. Уровни факторов и матрица планирования полного

Таблица 27

Независимые переменные	$\sigma_{z\,max}$, МПа (x_1)	$\lg N$ (цикл) (x_2)	Твердость шара и контртела (*HRC*) (x_3)
Основной уровень	5000	4	60
Интервал изменения	1000	2	3
Верхний уровень	6000	6	63
Нижний уровень	4000	2	57

Таблица 28

Номер режима	x_0	x_1	x_2	x_3	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	$x_1x_2x_3$	$\overline{y_i}/10$	$\widehat{y_i}/10$	$(\overline{y_i}-\widehat{y_i})^2/10^2$
1	+	—	—	—	+	+	+	—	338,579	345,297	45,132
2	+	+	—	—	—	—	+	+	435,046	428,329	45,118
3	+	—	+	—	—	+	—	+	309,588	302,869	45,145
4	+	+	+	—	+	—	—	—	379,182	385,901	45,145
5	+	—	—	+	+	—	—	+	342,955	341,509	2,091
6	+	+	—	+	—	+	—	—	531,482	532,929	2,094
7	+	—	+	+	—	—	+	—	330,355	331,801	2,091
8	+	+	+	+	+	+	+	+	524,667	523,221	2,091

факторного эксперимента типа 2^3 приведены в табл. 27, 28. Кодированные переменные в действительные значения факторов переводят по формулам:

$$x_1 = \frac{\sigma_{z\,max} - 5000}{1000}; \quad x_2 = \frac{\lg N - 4}{2}; \quad x_3 = \frac{HRC60}{3}.$$

Обработка результатов эксперимента. Результаты эксперимента обрабатываем по схеме с равномерным дублированием опытов в следующей последовательности.

1. По формулам (64), (65) вычисляем коэффициенты регрессии с использованием данных табл. 28:

$$b_0 = 398{,}982; \quad b_1 = 68{,}613; \quad b_2 = -13{,}034; \quad b_3 = 33{,}383;$$

$$b_{12} = -2{,}587; \quad b_{13} = 27{,}097; \quad b_{23} = 8{,}180; \quad b_{123} = 4{,}082.$$

2. Оценку дисперсий среднего арифметического в каждой строке матрицы определяем по формуле (66) (табл. 29).

Таблица 29

Расчет дисперсии повторных опытов для $(\sigma_{z\,max})_д$

Номер режима	$y'/10$	$y''/10$	$y'''/10$	$\bar{y}/10$	$\Delta y'/10$	$\Delta\bar{y}''/10$
1	351,429	333,105	331,204	338,579	12,850	—4,974
2	435,583	455,747	413,809	435,046	—0,537	20,701
3	326,098	297,860	304,806	309,588	16,51	—11,728
4	385,293	377,220	375,032	379,182	6,111	—1,962
5	328,164	349,900	350,801	342,955	15,091	7,546
6	520,233	533,170	541,044	531,482	—11,249	1,688
7	319,788	318,376	352,902	330,355	—10,567	—11,979
8	558,642	504,385	510,974	524,667	33,975	—20,282

Номер режима	$\Delta y'''/10$	$(\Delta y')^2/10^2$	$(\Delta y'')^2/10^2$	$(\Delta y''')^2/10^2$	$S^2_{\{y\}}/10^2$
1	—6,875	165,114	24,744	47,270	118,279
2	—21,237	0,288	428,518	451,024	439,915
3	—4,782	272,580	137,546	22,868	216,497
4	—4,150	37,348	3,848	17,220	29,208
5	7,832	227,738	56,937	57,942	170,806
6	9,562	126,548	2,848	91,425	110,411
7	22,547	111,669	143,504	508,352	381,763
8	13,693	1154,301	411,360	187,498	876,429
					Σ 2343,308

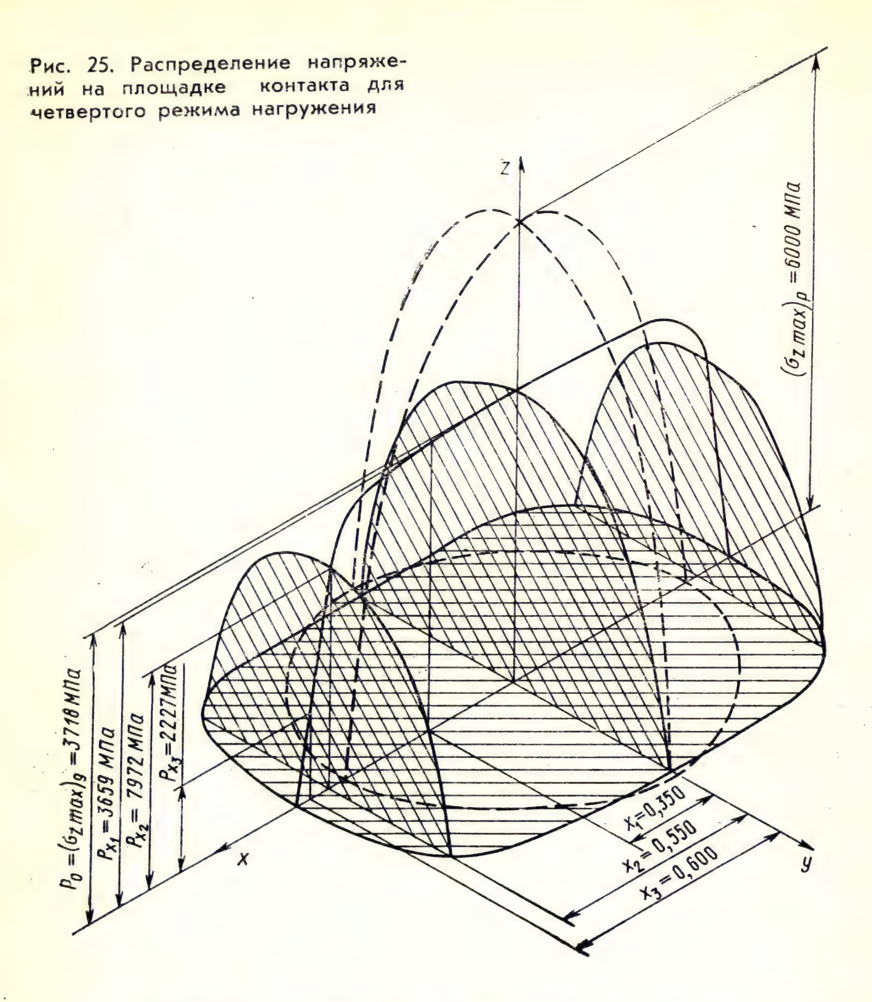


Рис. 25. Распределение напряжений на площадке контакта для четвертого режима нагружения

3. Однородность дисперсий проверяем по критерию Кохрена (см. гл. 5, п. 3) с использованием данных табл. 29:

$$G = \frac{S^2_{\max}}{\sum\limits_{i=1}^{N} S_i^2} = \frac{876,429}{2343,308} = 0,374.$$

В нашем случае табличный критерий Кохрена $G_{0,05} = 0,5157$ (при $\alpha = 0,05$ $K_2 = N = 8$ и $K_1 = n - 1 = 2$); $G < G_{0,05}$, следовательно, гипотеза об однородности ряда дисперсий подтверждается.

4. Дисперсию параметра оптимизации рассчитываем по формуле (67) с использованием данных табл. 29:

$$S^2_{\{y\}} = \frac{2343,308}{8} = 292,914.$$

Значимость коэффициентов регрессии проверяем по формулам (69), (70):

$$S^2_{\{b_j\}} = \frac{292,914}{8 \cdot 3} = 12,204; \quad S_{\{b_j\}} = \sqrt{12,204} = 3,49;$$

$$\Delta b_j = 2,12 \cdot 3,49 = 7,40;$$

$t = 2,12$ (при числе степеней свободы $N(n-1) = 16$ и $\alpha = 0,05$). Незначимыми оказались b_{12}; b_{123}.

Дисперсию адекватности (остаточную дисперсию) вычисляем по формуле (71), используя данные табл. 28:

$$S^2_{\text{ад}} = \frac{3 \cdot 188,907}{8 - 6} = 283,361.$$

Так как в нашем случае $S^2_{\text{ад}} < S^2_{\{y\}}$ $(283,361 < 292,914)$, то адекватность модели очевидна без расчета критерия Фишера.

Окончательно полиномиальная модель запишется в виде

$$(\sigma_{z\,\max})_{\text{д}} \cdot 10 = 398,982 + 68,613x_1 - 13,034x_2 + 33,383x_3 + \\ + 27,097x_1x_3 + 8,180x_2x_3.$$

Из полученной модели видно, что на процесс формоизменения рабочих поверхностей существенно влияют все факторы, а также два взаимодействия. В качестве примера на рис. 25 приведено распределение напряжений на площадке контакта для четвертого режима испытаний (см. табл. 28), при этом максимальное нормальное напряжение по сравнению с расчетным снизилось в 1,58 раза.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Адлер Ю. П., Маркова Е. В., Грановский Ю. В.** Планирование эксперимента при поиске оптимальных условий. М.: Наука, 1976. 270 с.

2. **Беляев Н. М.** Труды по теории упругости и пластичности. М.: Гостехиздат, 1957. 629 с.

3. **Болотин В. В.** Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. М.: Госстройиздат, 1971. 430 с.

4. **Вильямс, Шварц.** Исследование остаточной деформации шариковых и роликовых образцов. — Проблемы трения и смазки, 1968, № 3, с. 112—127.

5. **Гольдштейн Я. Е., Спиркина Г. В., Морозов, А. Н.** Пути улучшения качества подшипниковых сталей. — Инструментальные и подшипниковые стали, 1975, № 2, с. 81—86.

6. **ГОСТ** 3565—58. Металлы. Метод испытания на кручение. М.: Изд-во стандартов, 1959. 3 с.

7. **ГОСТ** 17510—72. Надежность изделий машиностроения. Система сбора и обработки информации. Планирование наблюдений. М.: Изд-во стандартов, 1973. 18 с.

8. **ГОСТ** 1497—73. Металлы. Методы испытаний на растяжение. М.: Изд-во стандартов, 1974. 40 с.

9. **ГОСТ** 16504—74. Качество и продукция. Контроль и испытания. Основные термины и определения. М.: Изд-во стандартов, 1975. 21 с.

10. **ГОСТ** 25.501—78. Расчеты и испытания на прочность в машиностроении. Методы испытаний на контактную усталость. М.: Изд-во стандартов, 1979. 93 с.

11. **Гудченко В. М., Пинегин С. В**. Исследование процессов разрушения стали ШХ15 при пульсирующем контакте в различных средах. — Машиноведение, 1967, № 6, с. 72—84.

12. **Динник А. И.** Избранные труды. Изд-во АН УССР, 1952, т. I.

13. **Екобори Т.** Физика и механика разрушения и прочности твердых тел. М.: Металлургия, 1971. 264 с.

14. **Карасик В. А.** Возникновение остаточных деформаций при контактном нагружении. — Машиноведение, 1972, № 6, с. 35—41.

15. **Качанов Н. Н.** О характере и природе разрушения рабочих поверхностей деталей подшипников. — В кн.: Труды института (ВНИПП), 1963. № 3(35), с. 45—59.

16. **Ковальский Б. С.** Напряжения на участке местного смятия при учете сил трения. Изв. АН СССР, 1942, № 9, с. 89—97.

17. **Коровчинский М. В.** Распределение напряжений в окрестности локального контакта упругих тел при одновременном действии нормальных и касательных сил в контакте. — Машиноведение, 1967, № 6, с. 85—96.

18. **Кордонский Х. Б., Фридман А. Ф.** Некоторые вопросы вероятностного описания усталостной долговечности. — Заводская лаборатория, 1976, № 7, с. 38—43.

19. **Лебедев А. А**. Расчеты на прочность при сложном напряженном состоянии. Киев: Изд. МВССО УССР, 1969. 256 с.

20. **Мартин, Боргезе, Эберхардт.** Микроструктурные изменения в подшипниковой стали, подвергаемой циклическому нагружению. — Теоретические основы инженерных расчетов, 1966, № 3, с. 1—18.

21. **Мартин, Эберхардт.** Определение возможных центров разрушения в условиях контактной усталости при качении. — Теоретические основы инженерных расчетов, 1967, № 4, с. 241—253.

22. **Методические** указания. Надежность в технике. Методы испытаний на контактную усталость. М.: Изд-во стандартов, 1974. 50 с.

23. **Нестеров В. М., Орлов А. В., Черменский О. Н.** Влияние уровня нагрузки, твердости материала и числа циклов нагружения на формоизменение и прирабатываемость рабочих поверхностей при обкатывании. — Машиноведение, 1975, № 3, с. 102—108.

24. **Орлов А. В., Пинегин С. В.** Остаточные деформации при контактном нагружении. М.: Наука, 1971. 60 с.

25. **Пальмгрен А.** Шариковые и роликовые подшипники. Пер. с англ. М.: Машгиз, 1949. 124 с.

26. **Пинегин С. В.** Контактная прочность в машинах. М.: Машиностроение, 1965. 191 с.

27. **Пинегин С. В., Орлов А. В.** Влияние формы пятна контакта и размеров деталей на их прочность при качении. — В кн.: Контактные задачи и их инженерные приложения (доклады конференции). М.: НИИМаш, 1969, с. 274—284.

28. **Пинегин С. В., Орлов А. В., Гудченко В. М.** Контактная прочность ситаллов. М.: Наука, 1970, с. 47—49.

29. **Влияние** внешних факторов на контактную прочность при качении/ Пинегин С. В., Шевелев И. А. М.: Наука, 1972, с. 19—46.

30. **Писаренко Г. С., Лебедев А. А.** Сопротивление материалов деформированию и разрушению при сложном напряженном состоянии. Киев: Наукова думка, 1969. 211 с.

31. **Подшипники** качения/ Под ред. Н. А. Спицина и А. И. Спришевского. М.: Машгиз, 1961, 828 с.

32. **Раузин Я. Р.** Термическая обработка хромистой стали. М.: Машиностроение, 1978. 272 с.

33. **РТМ** 44—62. Методика статистической обработки эмпирических данных. М.: Изд-во стандартов, 1966. 94 с.

34. **Саверин М. М.** Контактная прочность материала. М.: Машгиз, 1946. 148 с.

35. **Степнов М. Н.** Статистическая обработка результатов механических испытаний. М.: Машиностроение, 1972. 232 с.

36. **Тарди П., Сикловари Я.** Влияние вакуумной обработки на стойкость подшипниковой стали. Сталь, 1977, № 5, с. 452—455.

37. **Трубин Г. К.** Контактная усталость материалов для зубчатых колес. М.: Машгиз, 1962. 284 с.

38. **Федоров В. В.** Теория оптимального эксперимента. М.: Наука, 1971. 312 с.

39. **Химмельбау Д.** Анализ процессов статистическими методами. М.: Мир, 1973. 957 с.

40. **Чатынян Р. М.** Энергетический критерий усталостной прочности деталей машин. — Вестник машиностроения, 1977, № 8, с. 18—24.

41. **Черменский О. Н.** Определение несущей способности плоской опоры из закаленной стали при контакте с жесткими цилиндром и шаром. — Машиноведение, 1976, № 4, с. 77—80.

42. **Черменский О. Н.** Приближенная модель области пластических сдвигов перед образованием питтинга у деталей подшипников качения. — Машиноведение, 1977, № 4, с. 110—115.

43. **Штаерман И. Я.** Контактная задача теории упругости. М.: Гостехиздат, 1953. 270 с.

44. **Akaoka.** Some Consideration Relating to Plastic Deformation under Rolling Contact. — Rolling Contact Phenomena, New York, 1962, p. 112—119.

45. **Johnson K. L.** A Shakedown limit in rolling contact. — Proc. Fourth U. S. Nat. Congr. Appl. Mechanic. Berkley, California, 1962, June, p. 88—97.

46. **Lundberg G. and Palmgren A.** Dynamic Capacity of Roller Bearing. Jssues of Acta Politechnica. Nechanical Engineering Series, 7 (1947), Vol. 1—3.

47. **O'Brien J. L., King A. H.** Strain-Jnduced Microstructural Changes and Fatigue Damage in Hardening Steel under Contact Loading. ASME Publication, 1965—Lubs—14.

48. **Sugino K., Miyamoto K., Nagumo M., Aoki K.** Structural Alteration of Bearing Steel under Rolling Contact Fatigue. Transactions of the Jron and Steel Jnstitute of Japan, 1970, V 10, 2, p. 98—111.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение 3

Глава 1. Контактная усталость 5

1. Природа усталостного разрушения в условиях контактного нагружения 5
2. Изменения в рабочем слое при циклическом нагружении . 7
3. Понятие о предельной контактной нагрузке 8
4. Глубина рабочего слоя 10
5. Факторы, влияющие на контактную выносливость . . . 13

Глава 2. Контактные напряжения и их расчет 15

1. Расчет напряжений при действии нормальной нагрузки . . 15
2. Контактные давления на поверхностях переменной кривизны 25
3. Расчет напряжений при одновременном действии нормальной и касательной нагрузок 29

Глава 3. Влияние формы и размеров деталей на долговечность. Статическая грузоподъемность 34

1. Влияние формы рабочих поверхностей 34
2. Зависимость контактной выносливости образцов от их абсолютных размеров 36
3. Формоизменения рабочих поверхностей в процессе работы и их роль 37

Глава 4. Основные положения методики испытаний на контактную усталость 47

1. Схемы нагружения, стенды и аппаратура для испытаний металлов на контактную усталость 48
2. Стенды и аппаратура для испытаний на контактную усталость материалов переменными нагрузками 54
3. Критерий эквивалентности напряжений 57
4. Некоторые методические вопросы подготовки испытаний на контактную усталость 64

Глава 5. Статистическая обработка результатов испытаний 70

1. Определение минимального числа объектов испытаний . 70
2. Функции распределения характеристик контактной усталости 71
3. Статистический анализ результатов сравнительных испытаний 82
4. Построение кривых контактной усталости 83

Глава 6. Оптимальное планирование эксперимента 95

1. Полный факторный эксперимент (ПФЭ) 97
2. Дробный факторный эксперимент 99
3. Обработка результатов эксперимента 100
4. Пример планирования эксперимента для расчета напряжений $\sigma_{z\,max}$ с учетом формоизменений, вызванных пластическими деформациями 102

Список литературы 107

ИБ № 2472

Александр Васильевич Орлов,
Олег Николаевич Черменский,
Валерий Михайлович Нестеров

ИСПЫТАНИЯ КОНСТРУКЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ НА КОНТАКТНУЮ УСТАЛОСТЬ

Редактор издательства Н. А. Иванова
Художественный редактор
И. К. Капралова
Технический редактор Н. Н. Чистякова
Корректор Л. А. Ягупьева
Обложка художника В. Д. Димитриади

Сдано в набор 18.07.80.
Подписано в печать 17.10.80. Т-13388.
Бумага типографская № 2.
Гарнитура литературная. Печать высокая.
Усл. печ. л. 7,0. Уч.-изд. л. 6,97.
Тираж 2250 экз. Зак. № 1695. Цена 35 к.

Издательство «Машиностроение»,
107076, Москва, Б-76, Стромынский пер., 4.

Московская типография № 6 Союзполиграфпрома
при Государственном комитете СССР
по делам издательств, полиграфии
и книжной торговли.
109088, Москва, Ж-88, Южнопортовая ул., 24.

35 коп.



«МАШИНОСТРОЕНИЕ»